PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1 - A grupa

Zadatak 1.
Zadan je skup $S = \{A_1, A_2, A_3\}$ gdje je

$$A_1 = \begin{bmatrix} 5 & -4\alpha \\ 2\alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} \alpha & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 3\alpha \\ -\alpha & \alpha \end{bmatrix}.$$

Odredite za koje je $\alpha \in \mathbb{R}$:

(a) [10 bodova] S je linearno nezavisan;

(b) [10 bodova] $[S] = [\{A_2, A_3\}]$;

(c) [10 bodova] S je sustav izvodnica za $\mathcal{M}_2$.

Zadatak 2. [40 bodova]
Neka je V skup realnih brojeva x takvih da je $x \geq 0$. Neka su definirane operacije zbrajanja i množenja skalarom

$$x \boxplus y = xy + 1, \quad \forall x, y \in V$$

i

$$\alpha \boxdot x = \alpha^2 x, \quad \forall \alpha \in \mathbb{R},\ \forall x \in V.$$

Skup V s ovako definiranim operacijama nije vektorski prostor. Provjerite koja svojstva iz definicije vektorskog prostora ne vrijede.

Zadatak 3. [30 bodova]
U prostoru $\mathcal{P}_2$ polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ stupnja manjeg ili jednakog 2 dani su potprostori $M = [\{-1 + t, 2 + t^2, 1 + t + t^2\}]$ i $N = [\{-1 + t + t^2, t + t^2\}]$. Odredite baze i dimenzije potprostora $M + N$ i $M \cap N$, te po jedan direktni komplement za $M + N$ i $M \cap N$.

Ljerka Jukić Matić & Darija Marković

PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1 - B grupa

Zadatak 1.
Zadan je skup $S = \{B_1, B_2, B_3\}$ gdje je

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -3\beta & -\beta \\ 0 & \beta \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} \beta & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Odredite za koje je $\beta \in \mathbb{R}$:

(a) [10 bodova] S je linearno nezavisan;

(b) [10 bodova] $[S] = [\{B_1, B_3\}]$;

(c) [10 bodova] S je sustav izvodnica za $\mathcal{M}_2$.

Zadatak 2. [40 bodova]
Neka je $V = \mathbb{R}^2$. Definiramo operacije zbrajanja i množenja skalarom

$$(x_1, y_1) \boxplus (x_2, y_2) = (x_1 + y_2, y_1 + x_2), \quad \forall (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in V$$

i

$$\alpha \boxdot (x, y) = (\alpha x, \alpha y), \quad \forall \alpha \in \mathbb{R},\ \forall (x, y) \in V.$$

Skup V s ovako definiranim operacijama nije vektorski prostor. Provjerite koja svojstva iz definicije vektorskog prostora ne vrijede.

Zadatak 3. [30 bodova]
U prostoru $\mathcal{P}_2$ polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ stupnja manjeg ili jednakog 2 dani su potprostori $M = [\{t^2 - 2, t^2 + 2t, t^2 + t + 1\}]$ i $N = [\{t^2 + 1, t^2 - t + 1\}]$. Odredite baze i dimenzije potprostora $M + N$ i $M \cap N$, te po jedan direktni komplement za $M + N$ i $M \cap N$.

Ljerka Jukić Matić & Darija Marković