

DRUGI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1 - A grupaZadatak 1. [20 bodova]

Riješite matricnu jednadžbu $A(A + B)X = I$ gdje je $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Zadatak 2. [20 bodova]

Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ -2 & -3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix},$$

i vektor

$$b = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 - \lambda \\ 4 \\ \lambda - 1 \end{bmatrix}.$$

U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ ispitajte rješivost sustava $AX = b$, te ako je rješiv odredite rješenje.

Zadatak 3. [20 bodova]

Neka je $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. Izračunajte $q(D)$ gdje je $q(t) = 2t^2 - 3t - 5$. Odredite barem jednu matricu reda 3 za koju je $q(X) = 0$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Izračunajte determinantu matrice n -tog reda $B = \begin{bmatrix} 1 & n & n & \cdots & n \\ n & 2 & n & \cdots & n \\ n & n & 3 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n & n & \cdots & n \end{bmatrix}$.

Zadatak 5. [20 bodova]

Odredite sve polinome stupnja manjeg ili jednakog 3 kojima graf prolazi točkama $(-1, 2)$, $(1, 0)$, $(2, 2)$. Napišite po jedan konkretni polinom svakog od mogućih stupnjeva koji pripadaju skupu rješenja.

Ljerka Jukić Matić & Darija Marković

DRUGI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 1 - B grupaZadatak 1. [20 bodova]

Riješite matricnu jednadžbu $AX + 2B = C + BX$ gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Zadatak 2. [20 bodova]

Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 2 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix},$$

i vektor

$$b = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 - \lambda \\ \lambda + 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ ispitajte rješivost sustava $AX = b$, te ako je rješiv odredite rješenje.

Zadatak 3. [20 bodova]

Neka je $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. Izračunajte $p(C)$ gdje je $p(t) = 1 + 2t - 3t^2$. Odredite barem jednu matricu reda 3 za koju je $p(X) = 0$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Izračunajte detreminantu matrice n -toga reda $E = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & -1 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & -1 & \ddots & 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & \dots & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

Zadatak 5. [20 bodova]

Odredite sve polinome stupnja manjeg ili jednakog 3 kojima graf prolazi točkama $(-2, 4)$, $(-1, 3)$, $(1, 1)$. Napišite po jedan konkretni polinom svakog od mogućih stupnjeva koji pripadaju skupu rješenja.

Ljerka Jukić Matić & Darija Marković