

Pismeni dio ispita iz Linearne algebre I
30. siječnja 2012.

1. [20 bod.] Odredite matricu linearnog operatora koji preslikava vektore $(3, 2, 1)$, $(0, 2, 1)$, $(0, 0, 1)$ redom u vektore $(-4, 1, 2)$, $(3, -2, 6)$, $(-5, 0, 7)$ u kanonskoj bazi (e) , te u bazi koju čine vektori $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$.
2. [15 bod.] Provjerite da li je preslikavanje $G : P_3 \rightarrow \mathbb{R}$, $G(p) = p(2) + p'(-1) + p''(3)$ linearni operator.
3. [20 bod.] Nađite bazu za $L^\perp$ ako je L razapet vektorima $(1, 2, -2, -1)$, $(3, 0, -1, 4)$ i $(1, -4, 3, 6)$, te Gram-Schmidtovim postupkom odredite bazu za $\mathbb{R}^4 = L \oplus L^\perp$.
4. [10 bod.] Za operator $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zadan matricom $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$ odredite $\mathcal{N}(A)$, $\mathcal{R}(A)$, $\mathcal{M}(A)$ i $\mathcal{S}(A)$.
5. [15 bod.] Izračunajte determinantu matrice n -tog reda:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & & & \\ 3 & 2 & -3 & & \\ 5 & & 3 & -4 & \\ \vdots & & & \ddots & \ddots \\ 2n-3 & & & & n-1 & -n \\ 2n-1 & & & & & n \end{vmatrix}.$$

6. [20 bod.] U ovisnosti o parametru a komentirajte regularnost matrice A

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & a \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ a & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & a & 3 \end{bmatrix},$$

te koristeći matricu kofaktora odredite inverz matrice u slučaju kada on postoji.