# Pismeni dio ispita iz Linearne algebre I

13. veljače 2012.

1. [30 bod.] Odredite matricu $A$ linearnog operatora koji preslikava vektore $(1,1,1)$, $(0,1,1)$, $(0,0,1)$ redom u vektore $(6,2,2)$, $(4,1,2)$, $(1,-1,3)$ u kanonskoj bazi $(e)$, te u bazi koju čine vektori $(0,0,1)$, $(0,1,2)$, $(1,2,3)$. Za dobivenu matricu $A$ odredite odredite $\mathcal{N}(A)$, $\mathcal{R}(A)$, $\mathcal{M}(A)$ i $\mathcal{S}(A)$.

2. [**25 bod.**] Koristeći posebna i jedno partikularno rješenje, nađite opće rješenje sustava:

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcl} x_1 & + & x_2 & & & - & x_4 & & & = & 4 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & + & x_5 & = & 3 \\ 2x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 & & & = & 2 \\ & & 3x_2 & - & x_3 & & & - & x_5 & = & 1 \end{array}$$

3. Ispitajte da li su sljedeći podskupovi od $\mathbb{R}^n$ potprostori tog prostora, te u slučajevima kada se radi o potprostorima, odredite jednu bazu i dimenziju tog potprostora!

   (a) [10 bod.] $A = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \ : \ a_3 = 2a_1 + 1\}$,

   (b) [10 bod.] $B = \{(b_1, b_2, \ldots, b_n) \ : \ b_n - b_{n-1} = b_1\}$.

4. [**25 bod.**] U ovisnosti o parametru $a$ komentirajte rješivost sustava $A\vec{x} = \vec{b}$ gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 2a & 0 & 3 \\ -1 & 2 & a \\ 0 & -a & -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

te koristeći Cramerovo pravilo odredite rješnje sustava u slučaju kada postoji.