Linearna algebra I

Propozicija 2.2.13.

Neka je $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$, $m \in \mathbb{N}$, sustav izvodnica za vektorski prostor $V \neq \{0\}$. Tada postoji baza prostora V koja je podskup skupa S.

Propozicija 2.2.13.

Neka je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, $m \in \mathbb{N}$, sustav izvodnica za vektorski prostor $V \neq \{0\}$. Tada postoji baza prostora V koja je podskup skupa S.

Napomena 2.2.14.

Postupak koji smo primijenili u prošlom dokazu naziva se redukcija sustava izvodnica do baze.

Baza i dimenzija

Propozicija 2.2.13.

Neka je $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$, $m \in \mathbb{N}$, sustav izvodnica za vektorski prostor $V \neq \{0\}$. Tada postoji baza prostora V koja je podskup skupa S.

Napomena 2.2.14.

Postupak koji smo primijenili u prošlom dokazu naziva se redukcija sustava izvodnica do baze.

Teorem 2.2.15.

Svaki konačnodimenzionalni vektorski prostor $V \neq \{0\}$ ima bazu.

Baza i dimenzija

Lema 2.2.16.

Neka je $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ sustav izvodnica za vektorski prostor V, te neka je $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\} \subset V$ linearno nezavisan. Tada je $k \leq n$.

Baza i dimenzija

Lema 2.2.16.

Neka je $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ sustav izvodnica za vektorski prostor V, te neka je $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\} \subset V$ linearno nezavisan. Tada je $k \leq n$.

Teorem 2.2.17.

Neka je $V \neq \{0\}$ konačnodimenzionalan vektorski prostor. Sve baze prostora V su jednakobrojne.

Baza i dimenzija

Definicija 2.2.18.

Neka je $V \neq \{0\}$ konačnodimenzionalan vektorski prostor. Dimenzija prostora V definira se kao broj elemenata bilo koje njegove baze. Dodatno, uzima se da je dimenzija nulprostora 0.

Baza i dimenzija

Definicija 2.2.18.

Neka je $V \neq \{0\}$ konačnodimenzionalan vektorski prostor. Dimenzija prostora V definira se kao broj elemenata bilo koje njegove baze. Dodatno, uzima se da je dimenzija nulprostora 0.

Propozicija 2.2.19.

Neka je $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$, $k \in \mathbb{N}$, linearno nezavisan skup u konačnodimenzionalnom prostoru V. Tada se A može nadopuniti do baze.

Baza i dimenzija

Primjer 2.2.20.

Nadopunimo skup

$$A = \{a_1 = (1,1,1,1), a_2 = (1,1,-1,-1)\}$$

do baze prostora $\mathbb{R}^4$.

Primjer 2.2.20.

Nadopunimo skup

$$A = \{a_1 = (1, 1, 1, 1), a_2 = (1, 1, -1, -1)\}$$

do baze prostora $\mathbb{R}^4$.

Napomena 2.2.21.

Postupak proširenja nezavisnog skupa do baze prostora nikako nije jedinstven.