Linearna algebra I

Determinanta

Definicija 3.2.10.

Neka je $n \in \mathbb{N}$ i $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$. Determinanta matrice A označava se s $\det A$ i definira s

$$\det A = \sum_{p \in S_n} (-1)^{I(p)} a_{1p(1)} a_{2p(2)} \cdots a_{np(n)}.$$

Determinanta

Definicija 3.2.10.

Neka je $n \in \mathbb{N}$ i $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$. Determinanta matrice A označava se s $\det A$ i definira s

$$\det A = \sum_{p \in S_n} (-1)^{I(p)} a_{1p(1)} a_{2p(2)} \cdots a_{np(n)}.$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinanta

Propozicija 3.2.11.

Neka je $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n$ proizvoljna donjetrokutasta kvadratna matrica. Tada je

$$\det A = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

Determinanta

Propozicija 3.2.11.

Neka je $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n$ proizvoljna donjetrokutasta kvadratna matrica. Tada je

$$\det A = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

Korolar 3.2.12.

Neka je $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n$ dijagonalna matrica $(a_{ij} = 0, \forall i \neq j)$. Tada je

$$\det A = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

Propozicija 3.2.13.

Za svaku matricu $A \in \mathcal{M}_n$ vrijedi

$$\det A^T = \det A.$$

Determinanta

Propozicija 3.2.13.

Za svaku matricu $A \in \mathcal{M}_n$ vrijedi

$$\det A^T = \det A.$$

Korolar 3.2.14.

Determinanta svake gornjetrokutaste matrice je produkt dijagonalnih elemenata.

Determinanta

Propozicija 3.2.15.

Pomnožimo li neki redak (stupac) matrice A skalarom λ, za determinantu tako dobivene matirce B vrijedi

$$\det B = \lambda \det A.$$

Determinanta

Propozicija 3.2.15.

Pomnožimo li neki redak (stupac) matrice A skalarom λ, za determinantu tako dobivene matirce B vrijedi

$$\det B = \lambda \det A.$$

Korolar 3.2.16.

Za svaku matricu $A \in \mathcal{M}_n$ vrijedi

$$\det(\lambda A) = \lambda^n \det A.$$

Propozicija 3.2.17.

Neka matrica B nastaje međusobnom zamjenom dvaju redaka (stupaca) u matrici $A \in \mathcal{M}_n$. Tada je

$$\det B = -\det A.$$

Determinanta

Propozicija 3.2.17.

Neka matrica B nastaje međusobnom zamjenom dvaju redaka (stupaca) u matrici $A \in \mathcal{M}_n$. Tada je

$$\det B = -\det A.$$

Korolar 3.2.18.

Ako matrica $A \in \mathcal{M}_n$ ima dva jednaka retka (ili stupca), onda je

$$\det A = 0.$$

Determinanta

Propozicija 3.2.17.

Neka matrica B nastaje međusobnom zamjenom dvaju redaka (stupaca) u matrici $A \in \mathcal{M}_n$. Tada je

$$\det B = -\det A.$$

Korolar 3.2.18.

Ako matrica $A \in \mathcal{M}_n$ ima dva jednaka retka (ili stupca), onda je

$$\det A = 0.$$

Propozicija 3.2.19.

Neka matrica $B = [b_{ij}]$ nastaje iz matrice $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_n$ tako da nekom retku (stupcu) u A pribrojimo neki drugi redak (stupac) matrice A pomnožen skalarom λ. Tada je $\det B = \det A$.

Definicija 3.2.20.

Neka je $A \in \mathcal{M}_{mn}$. Elementarne transformacije matrice A (ili nad matricom A) su:

(I) međusobna zamjena dvaju redaka (stupaca);

(II) množenje nekog retka (stupca) skalarom $\lambda \neq 0$;

(III) pribrajanje nekom retku (stupcu) drugog retka (stupca) prethodno pomnoženog skalarom λ.