

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1

Zadatak 1. [20 bodova]

- a) Neka je $a = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ vektor iz M_{21} . Pokažite da je skup

$$S = \{x \in M_{21} : x^T a = 0\}$$

vektorski potprostor od M_{21} .

- b) Nađite barem jednu bazu od S te mu odredite dimenziju.
c) Odredite jedan direktan komplement od S u M_{21} .

Zadatak 2. [20 bodova]

Neka su

$$M = \{(1, 1, 1, 2), (1, 1, 3, 1), (1, 0, 1, 1)\}$$

i

$$L = \{(1, 0, 3, 0), (1, 0, 3, 1), (2, 1, -1, -2)\}.$$

Odredite jednu bazu za $M \cap L$ i $M + L$.

Napomena: Vektori koji razapinju potprostor M su linearno nezavisni. Isto vrijedi i za vektore koji razapinju potprostor L .

Zadatak 3. [20 bodova]

Izračunajte sljedeću determinantu n -tog reda:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 4 & \dots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 4 & 4 & \dots & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 4 & \dots & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

Zadatak 4. [20 bodova]

Odredite LU dekompoziciju matrice $A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 2 \\ 12 & 1 & 1 \\ -42 & -8 & -3 \end{bmatrix}$ te pomoću dobivene dekompozicije

riješite sustav $Ax = \begin{bmatrix} -16 \\ 37 \\ -129 \end{bmatrix}$.

Zadatak 5. [20 bodova]

Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{array}{rrrrrrrcl} 3x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & - & x_5 & = & 1 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 7x_3 & - & 3x_4 & + & 5x_5 & = & 2 \\ x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 & - & 7x_5 & = & 3 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 7x_3 & - & 5x_4 & + & 8x_5 & = & 3 \end{array}$$