

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [20 bodova]

- a) [5 bodova] Dokažite da je

$$M = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_2 - 3x_1 = 0, x_3 = 0\}$$

potprostor od $\mathbf{R}^3$.

- b) [5 bodova] Nađite jednu bazu potprostora
- M
- i odredite mu dimenziju.

- c) [10 bodova] Odredite jedan direktan komplement potprostoru
- M
- .

Zadatak 2. [20 bodova]

Neka je V vektorski prostor, te neka su M i L njegovi potprostori. Pretpostavimo da je $\dim V = n < \infty$, $\dim M = n - 1$ i $L \not\subseteq M$. Dokažite sljedeće tvrdnje:

- a) [10 bodova] Ako je
- $\{a_1, a_2, \dots, a_{n-1}\}$
- baza za
- M
- i
- $b \in L \setminus M$
- , onda je
- $\{a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, b\}$
- baza za
- V
- ;

- b) [10 bodova]
- $V = M + L$
- .

Zadatak 3. [20 bodova]Izračunajte sljedeću determinantu n -tog reda:

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 4 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Zadatak 4. [20 bodova]

Riješite matričnu jednadžbu

$$X \begin{bmatrix} -5 & 3 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 & 1 \\ -7 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 \\ -9 & 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadatak 5. [20 bodova]U ovisnosti o realnom parametru λ riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{array}{cccccc} \lambda x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & x_4 & = & 1 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & \lambda x_4 & = & 3 \\ & & 5x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \end{array}$$