

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [20 bodova]

Dokažite da je $V = \{A \in M_2(\mathbf{R}) : \operatorname{tr} A = 0\}$ vektorski prostor. Nađite mu bazu i dimenziju. Nadopunite nađenu bazu do baze za $M_2(\mathbf{R})$.

Zadatak 2. [20 bodova]

Neka je V vektorski prostor, $\dim V = n < \infty$. Neka su M i L potprostori takvi da je $\dim M = \dim L = n - 1$ i $L \neq M$. Dokažite da je tada $\dim(M \cap L) = n - 2$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Primjenom rekursivne formule izračunajte sljedeću determinantu n -tog reda:

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Zadatak 4. [20 bodova]

Nađite rang sljedeće matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 6 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Zadatak 5. [20 bodova]

U ovisnosti o parametru λ riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{array}{rrrrrr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & -2 \\ & & 3x_2 & - & x_3 & + & 7x_4 & = & -1 \\ x_1 & + & x_2 & + & \lambda x_3 & + & 4x_4 & = & 2 \end{array}$$

Ivona Puljić