

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [20 bodova]

U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^4$ skup vektora $\{(1, 2, 1, 3), (-1, 1, 2, 0), (2, 1, p, q)\}$ generira potprostor V .

- a) Diskutirajte o dimenziji potprostora V u ovisnosti o parametrima $p, q \in \mathbb{R}$.
- b) Za $p = -1$, $q = 3$ nađite jednu bazu od V te provjerite pripada li mu vektor $(1, 1, 1, 1)$.

Zadatak 2. [20 bodova]

- a) Za koje je vrijednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ matrica $A = \begin{bmatrix} a & 0 & a \\ b & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ idempotentna?
- b) Dokažite sljedeću tvrdnju: Ako je matrica A simetrična i involutorna, tada A mora biti i ortogonalna.

Zadatak 3. [20 bodova]

Primjenom rekursivne formule izračunajte sljedeću determinantu n -tog reda:

$$\begin{vmatrix} 7 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

Zadatak 4. [20 bodova]

Odredite parametar $t \in \mathbb{R}$ za kojeg je $r(A) = 2$ ako je

$$A = \begin{bmatrix} -t & 2 & -1 & t \\ 3 & 1 & -4 & -3 \\ 1 & -2 & t & -1 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 5. [20 bodova]

Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{array}{cccccccl} -5x_1 & & & + & 3x_3 & - & 2x_4 & = & -9 \\ 4x_1 & - & 2x_2 & & & + & 3x_4 & = & 4 \\ & & 2x_2 & - & 4x_3 & - & x_4 & = & 5 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & + & 6x_4 & = & 0 \end{array}$$

Ivona Puljić