

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1

Zadatak 1. [20 bodova]

- a) [5 bodova] Dokažite da je

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbf{R}) : a + 2b = 0, c + 2d = 0 \right\}$$

potprostor od $M_2(\mathbf{R})$.

- b) [5 bodova] Nađite jednu bazu potprostora
- W
- i odredite mu dimenziju.

- c) [10 bodova] Odredite jedan direktan komplement potprostoru
- W
- .

Zadatak 2. [20 bodova]Neka je $A, B \leq V$, $\dim A = 3$, $\dim B = 4$ te $\dim V = 5$. Je li tvrdnja: *$U A + B$ postoji barem jedan peteročlani linearno neovisan skup.*

istinita ili lažna? Obrazložite svoj odgovor!

Zadatak 3. [20 bodova]Izračunajte sljedeću determinantu n -tog reda:

$$\begin{vmatrix} x & y & y & \dots & y & y \\ y & x & y & \dots & y & y \\ y & y & x & \dots & y & y \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y & y & y & \dots & x & y \\ y & y & y & \dots & y & x \end{vmatrix}$$

Zadatak 4. [20 bodova]

- a) [10 bodova] U ovisnosti o parametru
- $\lambda \in \mathbf{R}$
- odredite rang sljedeće matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 7 & 6 & 0 & \lambda \\ 7 & \lambda & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

- b) [10 bodova] Za
- $\lambda = 1$
- odredite
- A^{-1}
- .

Zadatak 5. [20 bodova]

Riješite sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{array}{rrrrrrrrcl} x_1 & - & 2x_2 & - & 12x_3 & + & 5x_4 & + & 12x_5 & = & -1 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & - & 6x_4 & - & 5x_5 & = & -3 \\ 2x_1 & & & - & x_3 & - & x_4 & + & 5x_5 & = & 2 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & + & x_5 & = & 3 \end{array}$$