

Linearna algebra 1

Vježbe 5

25.3.2014.

Zadatak 1.

Dokažite da je $\mathbb{C}^n$ i realan vektorski prostor uz uobičajene operacije zbrajanja i množenja (isključivo) realnim skalarima. Pokažite da dimenzija tako shvaćenog vektorskog prostora $\mathbb{C}^n$ iznosi $2n$.

Zadatak 2.

Odredite baze i dimenzije potprostora W od $\mathbb{R}^3$ ako je

(a) $W = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 0\};$

(b) $W = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 = x_2 = x_3\}.$

Zadatak 3.

Neka je W potprostor od $\mathbb{R}^4$ razapet vektorima $u_1 = (1, -2, 5, -3)$, $u_2 = (2, 3, 1, -4)$ i $u_3 = (3, 8, -3, -5)$.

- (a) Odredite bazu i dimenziju potprostora W ;
- (b) Proširite bazu od W , do baze za $\mathbb{R}^4$.

Zadatak 4.

Odredite baze i dimenzije potprostora simetričnih i antisimetričnih matrica reda 2.

Zadatak 5.

Neka je

$$W = \{(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \in \mathbb{R}^{10} : \sum_{i=1}^{10} x_i = 0\}.$$

Dokažite da je W potprostor od $\mathbb{R}^{10}$, nađite mu bazu, dimenziju te odredite koordinate vektora $(1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5)$ u toj bazi.

Domaća zadaća

Zadatak 6.

Dokažite da je

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$$

potprostor od $\mathbb{R}^4$. Nađite mu bazu i dimenziju.

Zadatak 7.

Neka su $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ i $\{b_1, b_2, \dots, b_l\}$ baze za M i L vektorske potprostore od $\mathbb{R}^n$. Nađite bazu za potprostor $M \cap L$.

Zadatak 8.

- a) U $\mathbb{R}^4$ zadani su potprostori M s bazom

$$B_M = \{(1, 1, 1, 1), (1, 1, -1, -1), (1, -1, 1, -1)\}$$

i L s bazom

$$B_L = \{(1, -1, -1, 1), (2, -2, 0, 0), (3, -1, 1, 1)\}.$$

Nađite bazu za $L \cap M$.

- b) U prostoru $\mathbb{R}^3$ zadani su potprostori L i M svojim bazama $a_1 = (1, 1, 1)$, $a_2 = (1, 2, 1)$, odnosno $b_1 = (1, 0, 2)$, $b_2 = (1, -1, 2)$. Odredite bazu potprostora $L \cap M$.

Neka je V vektorski prostor, te neka su L i M njegovi potprostori. Suma potprostora L i M označava se s $L + M$ i definira kao

$$L + M = [L \cup M].$$

Zadatak 9.

Neka su zadani sljedeći potprostori od $\mathbb{R}^5$

$$U = [\{(1, 3, -2, 2, 3), (1, 4, -3, 4, 2), (2, 3, -1, -2, 9)\}]$$

i

$$W = [\{(1, 3, 0, 2, 1), (1, 5, -6, 6, 3), (2, 5, 3, 2, 1)\}].$$

Odredite bazu i dimenziju za $U + W$ i $U \cap W$.

Domaća zadaća

Zadatak 10.

Neka su zadani sljedeći potprostori od $\mathbb{R}^5$

$$U = [\{(1, -1, -1, -2, 0), (1, -2, -2, 0, -3), (1, -1, -2, -2, 1)\}]$$

i

$$W = [\{(1, -2, -3, 0, -2), (1, -1, -3, 2, -4), (1, -1, -2, 2, -5)\}].$$

Odredite bazu i dimenziju za $U + W$ i $U \cap W$.

Zadatak 11.

Nadite bazu za sumu i presjek potprostora od $\mathcal{P}_3$ razapetim s

$$\{1 + 2t + t^3, 1 + t + t^2, t - t^2 + t^3\}$$

i

$$\{1 + t^2, 1 + 3t + t^3, 3t - t^2 + t^3\}.$$