

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 2Zadatak 1. [25 bodova]

Dokažite da je operator $A \in L(\mathbb{R}^3)$ definiran s

$$A(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_1 + 2x_2 + x_3, x_1 + x_2 - 2x_3)$$

regularan, odredite mu matrični prikaz u kanonskoj bazi, odredite pomoću svojstvenog polinoma inverz matrice $[A]_e^e$ te odredite formulu prema kojoj djeluje inverzni operator A^{-1} . Što možete reći o jezgri i slici ovog operatora?

Zadatak 2. [25 bodova]

Neka je

$$L = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a - b - c + d = 0, b + d = 0 \right\}.$$

Nađite $L^\perp$, po jednu ortonormiranu bazu za L i $L^\perp$, te $M = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ prikažite u obliku $M = A + B$, $A \in L$, $B \in L^\perp$.

Zadatak 3. [25 bodova]

Za koji cijeli broj $t \in \mathbb{R}$ funkcija $f : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s

$$f(x, y) = x_1y_1 - (t+1)x_2y_2 + x_3y_3 - (t^2 + 3t)x_4y_4$$

skalarni produkt? Odgovor detaljno obrazložite!

Zadatak 4. [25 bodova]

Zadani su podaci

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & -2 & 0 & 1 & 2 \\ y_i & 3 & 1 & -1 & -2 \end{array}.$$

Treba pronaći afinu funkciju $f(x) = a_1 + a_2x$ tako da njezin graf prolazi što bliže danim točkama $T_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Darija Marković