

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 2Zadatak 1. [30 bodova]

Za koje $a \in \mathbb{R}$ je preslikavanje $F : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ dano s

$$F(A) = (A + I)^2 + a(A - I)^2 - \operatorname{tr} A \cdot I$$

linearan operator? Odgovor detaljno obrazložite.

Za sve takve a odredite matični prikaz od F u kanonskoj bazi i nađite jednu bazu potprostora $\{A \in M_2(\mathbb{R}) : F(A) = 0\}$.

Zadatak 2. [20 bodova]

Neka je $T : V \rightarrow U$ linearni operator i neka su $v_1, \dots, v_n \in V$ takvi da je $\{Tv_1, \dots, Tv_n\}$ linearno nezavisan. Pokažite da je $\{v_1, \dots, v_n\}$ linearno nezavisan.

Zadatak 3. [20 bodova]

Neka je $V = C[0, 1]$ vektorski prostor sa skalarnim produktom definiranim s $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Ortogonalizirajte skup $\{1, t - 1, t^2 + t\}$.

Zadatak 4. [30 bodova]

Odredite simetričnu matricu A ako su $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$ i $\lambda_3 = 1$ njezine svojstvene vrijednosti, a

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

svojstveni vektori pridruženi svojstvenim vrijednostima $\lambda_1 = \lambda_2$.

Darija Marković