

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 2Zadatak 1. [50 bodova]

Preslikavanje $F : \mathcal{P}_3 \rightarrow \mathcal{P}_3$ definirano je sljedećom formulom

$$(Fp)(t) = p''(t) + (tp(t-1))'.$$

- (a) Provjerite da je F linearni operator.
- (b) Odredite $\text{Im } F$ i $\text{Ker } F$, te rang i defekt.
- (c) Nađite matricu operatora F u kanonskoj bazi prostora $\mathcal{P}_3$.
- (d) Odredite matricu operatora F u bazi (e') ako je $e'_1 = 1+t^2$, $e'_2 = t+t^2$, $e'_3 = t+t^3$, $e'_4 = t^3$.

Zadatak 2. [20 bodova]

Neka je T normalan operator ($TT^* = T^*T$). Dokažite

- (a) $Tv = 0 \iff T^*v = 0$;
- (b) $T - \lambda I$ je normalan.

Zadatak 3. [30 bodova]

Nađite ortonormalnu promjenu koordinata koja dijagonalizira kvadratnu formu

$$q(x, y, z) = \frac{x^2}{3} + \frac{2y^2}{3} - z^2 + 4xy + \frac{8xz}{3} + \frac{4yz}{3}.$$

Darija Marković