1. $[15\ \mathbf{bod.}]$ Linearni operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ zadan je svojim djelovanjem na komponente vektora $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ tako da je

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_2 + x_3, x_1 - x_3, x_1 + x_2 + x_3, -x_1 + x_2 - x_3)^T.$$

   Odredite matricu operatora A u kanonskoj bazi, te u bazi $(\vec{e_1'}, \vec{e_2'}, \vec{e_3'})$, gdje je $\vec{e_1'} = (1, 1, 1)^T$, $\vec{e_2'} = (1, 1, 0)^T$, $\vec{e_3'} = (1, 0, 0)^T$. Baza prostora $\mathbb{R}^4$ je u oba slučaja kanonska.

2. $[15\ \mathbf{bod.}]$ Odredite nul-potprostor i sliku operatora T ako je operatoru u kanonskoj bazi pridružena matrica A:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ -2 & -1 & -4 \end{bmatrix}$$

3. $[20\ \mathbf{bod.}]$ Odredite svojstveni polinom, svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

4. $[15\ \mathbf{bod.}]$ Odredite simetričnu matricu B ako su $\lambda_1 = 0$ i $\lambda_2 = \lambda_3 = 3$ njene svojstvene vrijednosti, a $\vec{v_2} = (1, 1, 0)^T$ i $\vec{v_3} = (-1, 1, 2)^T$ svojstveni vektori pridruženi svojstvenoj vrijednosti $\lambda_2 = \lambda_3 = 3$.

5. $[20\ \mathbf{bod.}]$ Ispitajte definitnost kvadatne forme

$$q(x, y, z) = 2xy + 2xz + 2yz,$$

   te ju dijagonalizirajte.

6. $[15\ \mathbf{bod.}]$ Provjerite koji su od sljedećih operatora samoadjungirani:

   (a) projeciranje u $\mathbb{R}^3$ s obzirom na xz ravninu,

   (b) rotacija u $\mathbb{R}^2$ za 45°,

   (c) zrcaljenje u $\mathbb{R}^3$ s obzirom na ravninu $x - y = 0$.