

1. [35 bod.] Nađite matricu operatora $T \in L(M_2)$ definiranog s

$$T(X) = XA - AX,$$

gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},$$

u kanonskoj bazi, a zatim i u bazi $\{E'_1, E'_2, E'_3, E'_4\}$ ako je

$$E'_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad E'_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad E'_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad E'_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. [35 bod.] Za matricu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & b & -1 \end{bmatrix}$$

odredite parametre a i b ako je poznato da je A singularna i da jedna njezina svojstvena vrijednost ima algebarsku kratnost 2. Za dobivene parove parametara odredite svojstvene i minimalne polinome pripadnih matrica.

3. [30 bod.] Odredite svojstvene vektore i pripadne svojstvene potprostore matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -8 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

ako je poznato da su njezine svojstvene vrijednosti $\lambda_{1,2} = 2$ i $\lambda_{3,4} = -1$. Da li se matrica A može dijagonalizirati? Objasnite odgovor!

1. [35 bod.] Nađite matricu operatora $T \in L(M_2)$ definiranog s

$$T(X) = XA - AX,$$

gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

u kanonskoj bazi, a zatim i u bazi $\{E'_1, E'_2, E'_3, E'_4\}$ ako je

$$E'_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad E'_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad E'_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad E'_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. [35 bod.] Za matricu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & b & 1 \end{bmatrix}$$

odredite parametre a i b ako je poznato da je A singularna i da jedna njezina svojstvena vrijednost ima algebarsku kratnost 2. Za dobivene parove parametara odredite svojstvene i minimalne polinome pripadnih matrica.

3. [30 bod.] Odredite svojstvene vektore i pripadne svojstvene potprostore matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & -4 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & -2 \end{bmatrix},$$

ako je poznato da su njezine svojstvene vrijednosti $\lambda_{1,2} = -2$ i $\lambda_{3,4} = 1$. Da li se matrica A može dijagonalizirati? Objasnite odgovor!