PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 2 - A grupa

Zadatak 1. [40 bodova]
Preslikavanje $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definirano je sljedećom formulom

$$T(X) = X - X^T.$$

(a) Provjerite da je T linearni operator.

(b) Odredite $\operatorname{Im} A$ i $\operatorname{Ker} A$, te rang i defekt.

(c) Nađite matricu operatora T u kanonskoj bazi prostora $M_2(\mathbb{R})$.

Zadatak 2. [20 bodova]
Neka je V vektorski prostor nad poljem $\mathbb{F}$, $A, B, C \in L(V)$ i $\lambda, \mu \in \mathbb{F}$. Dokažite da je $A(\lambda B + \mu C) \in L(V)$.

Zadatak 3. [15 bodova]
Dokažite da je operator $A \in L(\mathbb{R}^2)$ definiran s

$$A(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, 3x_1 + x_2)$$

regularan, odredite mu matrični prikaz u kanonskoj bazi, odredite pomoću svojstvenog polinoma inverz matrice $[A]_e^e$ te odredite formulu prema kojoj djeluje inverzni operator A^{-1}.

Zadatak 4. [25 bodova]
Ispitajte može li se operator $A \in L(\mathbb{R}^3)$ definiran s

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_2 - 3x_3, -3x_1 - 4x_2 - 9x_3, 2x_1 + 4x_2 + 8x_3)$$

dijagonalizirati? Ako može, odredite bazu prostora $\mathbb{R}^3$ u kojoj je matrica operatora A dijagonalna, te napišite matricu operatora A u toj bazi.

Darija Marković

PRVI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 2 - B grupa

Zadatak 1. [40 bodova]
Preslikavanje $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definirano je sljedećom formulom

$$T(X) = X + X^T.$$

(a) Provjerite da je T linearni operator.

(b) Odredite $\operatorname{Im} A$ i $\operatorname{Ker} A$, te rang i defekt.

(c) Nađite matricu operatora T u kanonskoj bazi prostora $M_2(\mathbb{R})$.

Zadatak 2. [20 bodova]
Neka je V vektorski prostor nad poljem $\mathbb{F}$, $A, B, C \in L(V)$ i $\lambda, \mu \in \mathbb{F}$. Dokažite da je $(\lambda A + \mu B)C \in L(V)$.

Zadatak 3. [15 bodova]
Dokažite da je operator $A \in L(\mathbb{R}^2)$ definiran s

$$A(x_1, x_2) = (x_1 + 3x_2, -2x_1 + x_2)$$

regularan, odredite mu matrični prikaz u kanonskoj bazi, odredite pomoću svojstvenog polinoma inverz matrice $[A]_e^e$ te odredite formulu prema kojoj djeluje inverzni operator A^{-1}.

Zadatak 4. [25 bodova]
Ispitajte može li se operator $A \in L(\mathbb{R}^3)$ definiran s

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 3x_2 + 2x_3, -2x_1 - 4x_2 + 4x_3, -3x_1 - 9x_2 + 8x_3)$$

dijagonalizirati? Ako može, odredite bazu prostora $\mathbb{R}^3$ u kojoj je matrica operatora A dijagonalna, te napišite matricu operatora A u toj bazi.

Darija Marković