

1. Linearni operator $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ zadan je svojim djelovanjem

$$T(x, y, z) = (2ix + y + z, x + iy + (i - 2)z, -x + (2 - i)y - z)^T.$$

- (a) [10 bod.] Odredite matricu A pridruženu operatoru T i matricu pridruženu adjungiranom operatoru T^* .
- (b) [10 bod.] Provjerite normalnost operatora T .
2. [20 bod.] Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 5 & -4 \\ 2 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

3. [10 bod.] Odredite minimalni polinom matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ -1 & 20 & 22 \\ 2 & -12 & -12 \end{bmatrix}.$$

4. [10 bod.] Odredite sve moguće Jordanove forme matrice A čiji je karakteristični polinom $\chi_A(\lambda) = (\lambda - 4)^5(\lambda - 2)^4$, a minimalni polinom $\mu_A(\lambda) = (\lambda - 4)^3(\lambda - 2)^2$.
5. Odredite Jordanove lance za matrice:

- (a) [10 bod.]

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix},$$

- (b) [15 bod.]

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -10 & 4 & -5 \\ 8 & 0 & 8 \end{bmatrix}.$$

6. [25 bod.] Odredite Jordanovu formu matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 7 & -2 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \\ -6 & -2 & 8 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$