

A

1. Linearni operator $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ zadan je svojim djelovanjem

$$T(x, y, z) = ((1 + 2i)x + y - z, x + iy + (2 - i)z, x + (-2 + i)y - z)^T.$$

- (a) [10 bod.] Odredite matricu A pridruženu operatoru T i matricu pridruženu adjungiranom operatoru T^* .
- (b) [10 bod.] Provjerite normalnost operatora T .

2. [15 bod.] Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

3. [10 bod.] Odredite minimalni polinom matrice

$$A = \begin{bmatrix} 11 & -4 & -3 \\ 12 & -3 & -4 \\ 8 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. [10 bod.] Odredite sve moguće Jordanove forme matrice A čiji je karakteristični polinom $\chi_A(\lambda) = (\lambda - 3)^6(\lambda - 2)^5$, a minimalni polinom $\mu_A(\lambda) = (\lambda - 3)^3(\lambda - 2)^3$.

5. Odredite Jordanove lance za matrice:

- (a) [10 bod.]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix},$$

- (b) [10 bod.]

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 6 \\ -2 & -2 & -7 \end{bmatrix}.$$

6. [25 bod.] Odredite Jordanovu formu matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

B

1. Linearni operator $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ zadan je svojim djelovanjem

$$T(x, y, z) = ((1 + 2i)x + y + z, x + iy + (-2 + i)z, -x + (2 - i)y - z)^T.$$

- (a) [10 bod.] Odredite matricu A pridruženu operatoru T i matricu pridruženu adjungiranom operatoru T^* .
- (b) [10 bod.] Provjerite normalnost operatora T .

2. [15 bod.] Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 6 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. [10 bod.] Odredite minimalni polinom matrice

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 12 & -4 \\ -4 & 11 & -3 \\ -4 & 8 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. [10 bod.] Odredite sve moguće Jordanove forme matrice A čiji je karakteristični polinom $\chi_A(\lambda) = (\lambda - 4)^7(\lambda - 1)^4$, a minimalni polinom $\mu_A(\lambda) = (\lambda - 4)^4(\lambda - 1)^2$.

5. Odredite Jordanove lance za matrice:

- (a) [10 bod.]

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},$$

- (b) [10 bod.]

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

6. [25 bod.] Odredite Jordanovu formu matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$