

A

1. Linearni operator $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ zadan je svojim djelovanjem

$$T(x, y, z) = ((1 + 3i)x + y - 2z, x + 2iy + (1 - i)z, 2x + (-1 + i)y - 3z)^T.$$

- (a) [10 bod.] Odredite matricu A pridruženu operatoru T i matricu pridruženu adjungiranom operatoru T^* .
- (b) [15 bod.] Provjerite normalnost operatora T .

2. [25 bod.] Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 6 & 0 \\ -6 & 2 & 6 & 0 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. [15 bod.] Odredite sve moguće Jordanove forme matrice A čiji je karakteristični polinom $\chi_A(\lambda) = (\lambda - 4)^4(\lambda + 1)^7$, a minimalni polinom $\mu_A(\lambda) = (\lambda - 4)^2(\lambda + 1)^3$.
4. [35 bod.] Odredite Jordanovu formu i minimalni polinom matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 4 & 11 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -8 & 4 & 10 & 1 \\ -8 & 4 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

B

1. Linearni operator $T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ zadan je svojim djelovanjem

$$T(x, y, z) = ((1 + 3i)x + y + 2z, x + 2iy + (-1 + i)z, -2x + (1 - i)y - 3z)^T.$$

- (a) [10 bod.] Odredite matricu A pridruženu operatoru T i matricu pridruženu adjungiranom operatoru T^* .

- (b) [15 bod.] Provjerite normalnost operatora T .

2. [25 bod.] Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & -1 \\ -10 & 0 & -10 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. [15 bod.] Odredite sve moguće Jordanove forme matrice A čiji je karakteristični polinom $\chi_A(\lambda) = (\lambda - 3)^6(\lambda + 2)^5$, a minimalni polinom $\mu_A(\lambda) = (\lambda - 3)^2(\lambda + 2)^3$.

4. [35 bod.] Odredite Jordanovu formu i minimalni polinom matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -5 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 9 & 4 & -6 & 0 \\ 5 & 4 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$