

1. [35 bod.] U unitarnom prostoru  $M_2(\mathbb{R})$  Gram-Schmidtovim postupkom ortonormirajte skup

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

2. [30 bod.] U unitarnom prostoru  $\mathbb{R}^4$  zadan je potprostor  $M$  svojom bazom

$$\{(1, -1, 2, 1), (1, 0, 0, -2)\}.$$

Prikažite vektor  $x = (1, -1, 1, -1)$  u obliku  $x = a + b$ ,  $a \in M$ ,  $b \in M^\perp$ .

3. [35 bod.] Zadan je linearni operator  $A \in L(\mathbb{R}^3)$

$$A(x, y, z) = (-5x + 2y - 2z, 2x - 2y - 4z, -2x - 4y - 2z).$$

Pokažite da je  $A$  hermitski operator i nađite ortonormiranu bazu prostora  $\mathbb{R}^3$  u kojoj je matrica operatora dijagonalna.

1. [35 bod.] U unitarnom prostoru  $M_2(\mathbb{R})$  Gram-Schmidtovim postupkom ortonormirajte skup

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \right\}.$$

2. [30 bod.] U unitarnom prostoru  $\mathbb{R}^4$  zadan je potprostor  $M$  svojom bazom

$$\{(1, 1, -2, 1), (1, 0, 0, -2)\}.$$

Prikažite vektor  $x = (1, 1, -1, -1)$  u obliku  $x = a + b$ ,  $a \in M$ ,  $b \in M^\perp$ .

3. [35 bod.] Zadan je linearni operator  $A \in L(\mathbb{R}^3)$

$$A(x, y, z) = (5x - 2y + 2z, -2x + 2y + 4z, 2x + 4y + 2z).$$

Pokažite da je  $A$  hermitski operator i nađite ortonormiranu bazu prostora  $\mathbb{R}^3$  u kojoj je matrica operatora dijagonalna.