DRUGI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 2 - A grupa

Zadatak 1. [25 bodova]
Za koje je brojeve $k \in \mathbb{R}$ funkcija $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirana s

$$f(x, y) = x_1y_1 - 3kx_1y_2 - 3kx_2y_1 + 8x_2y_2$$

skalarni produkt? Odgovor detaljno obrazložite!

Zadatak 2. [10 bodova]
Dokažite da za preslikavanje $A \mapsto A^*$ koje svakom operatoru $A \in L(V)$ pridružuje hermitski adjungirani operator $A^* \in L(V)$ vrijedi

$$(AB + C)^* = B^*A^* + C^*, \quad \forall A, B, C \in L(V).$$

Zadatak 3. [30 bodova]
Zadani su podaci

x_i	-1	0	1	2
y_i	2	-1	-2	4

Treba pronaći kvadratnu funkciju $f(x) = a_1 + a_2x^2$ tako da njezin graf prolazi što bliže danim točkama $T_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, 3, 4$. Skicirajte dobivenu funkciju i zadane točke.

Zadatak 4. [10 bodova]
Neka je H hermitski operator na V $(H^* = H)$. Dokažite da je $\langle Hv, v\rangle \in \mathbb{R}$, $\forall v \in V$.

Zadatak 5. [25 bodova]
Odredite simetričnu matricu A ako su $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 1$ i $\lambda_3 = 2$ njezine svojstvene vrijednosti, a

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

svojstveni vektori pridruženi svojstvenim vrijednostima λ_1 i λ_2.

Darija Marković

DRUGI KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE 2 - B grupa

Zadatak 1. [25 bodova]
Za koje je brojeve $k \in \mathbb{R}$ funkcija $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definirana s

$$f(x, y) = x_1y_1 + 3kx_1y_2 + 3kx_2y_1 + 10x_2y_2$$

skalarni produkt? Odgovor detaljno obrazložite!

Zadatak 2. [10 bodova]
Dokažite da za preslikavanje $A \mapsto A^*$ koje svakom operatoru $A \in L(V)$ pridružuje hermitski adjungirani operator $A^* \in L(V)$ vrijedi

$$(A + BC)^* = A^* + C^*B^*, \quad \forall A, B, C \in L(V).$$

Zadatak 3. [30 bodova]
Zadani su podaci

x_i	-2	-1	0	1
y_i	2	-1	-2	4

Treba pronaći kvadratnu funkciju $f(x) = a_1 + a_2x^2$ tako da njezin graf prolazi što bliže danim točkama $T_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, 3, 4$. Skicirajte dobivenu funkciju i zadane točke.

Zadatak 4. [10 bodova]
Neka je A antihermitski operator na V $(A^* = -A)$. Dokažite da je $\langle Av, v\rangle \in i\mathbb{R}$, $\forall v \in V$.

Zadatak 5. [25 bodova]
Odredite simetričnu matricu A ako su $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -1$ i $\lambda_3 = 1$ njezine svojstvene vrijednosti, a

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

svojstveni vektori pridruženi svojstvenim vrijednostima λ_1 i λ_2.

Darija Marković