# Pismeni dio ispita iz Linearne algebre II

23. veljače 2011.

1. **[25 bod.]** Linearni operator $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ zadan je svojim djelovanjem na komponente vektora $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$, $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ tako da je

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - x_2 + x_3 - x_4, -2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4, x_1 + 3x_4)^T.$$

Odredite matricu operatora $A$ u kanonskoj bazi, te u paru baza $(e'), (f')$, gdje je $\vec{e_1'} = (1,1,0,1)^T, \vec{e_2'} = (0,1,0,0)^T, \vec{e_3'} = (-1,-1,1,-1)^T, \vec{e_4'} = (1,0,2,0)^T$ i $\vec{f_1'} = (1,1,1)^T$, $\vec{f_2'} = (1,1,0)^T$, $\vec{f_3'} = (1,0,0)^T$. Odredite sliku i nul-potprostor operatora.

2. **[15 bod.]** Odredite simetričnu matricu $B$ ako su $\lambda_1 = -1$ i $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ njene svojstvene vrijednosti, a $\vec{v_2} = (1,0,1)^T$ i $\vec{v_3} = (-1,1,0)^T$ svojstveni vektori pridruženi svojstvenoj vrijednosti $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$.

3. **[15 bod.]** Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice $A$:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. **[20 bod.]** Odredite svojstveni i minimalni polinom matrice $A$:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 8 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

5. **[25 bod.]** Odredite Jordanovu formu matrice $A$:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$