

Pismeni dio ispita iz Linearne algebre II
3. srpnja 2013.

1. [25 bod.] Neka je $\mathcal{P}_3$ vektorski prostor polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ stupnja manjeg ili jednakog 3. Neka je $F : \mathcal{P}_3 \rightarrow \mathcal{P}_3$ definirano s

$$(Fp)(t) = p'(t-1) + (tp(t))'',$$

Dokažite da je F linearni operator, odredite mu matrični prikaz u kanonskoj bazi, te odredite po jednu bazu za jezgru i sliku operatora F .

2. [25 bod.] Koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite inverz matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. [25 bod.] Neka je $A = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 : x - y - z + w = 0, x + z = 0\}$. Nađite $A^\perp$, te po jednu ortonormiranu bazu za A i $A^\perp$.
4. [25 bod.] Neka je $A \in L(V)$ pri čemu je V realan trodimenzionalan prostor, takav da je $\text{r}(A) = 2$ i $\text{tr } A = 0$. Kakav oblik ima svojstveni polinom operatora A ? Zadajte jedan takav operator!