Pismeni dio ispita iz Linearne algebre II

18. rujna 2013.

1. **[25 bod.]** Nađite matricu operatora $A \in L(\mathbb{R}^3)$ u kanonskoj bazi, a zatim i u bazi $\{(1,1,0),(1,1,1),(1,-1,0)\}$ ako je

$$A(x_1,x_2,x_3) = (x_1+x_3, -x_1+x_2, x_2+x_3).$$

   Odredite sliku i jezgru operatora A.

2. **[25 bod.]** Odredite svojstveni polinom, svojstvene vrijednosti i vektore, te svojstvene potprostore matrice A:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 & -6 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

   Moželi se matrica A dijagonalizirati?

3. **[25 bod.]** Za matrice $A_1 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ i $A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ iz $\mathcal{M}_2$ i potprostor $M = [\{A_1, A_2, A_3\}]$ odredite ortonormirane baze za M i $M^\perp$.

4. **[25 bod.]** Neka je V konačnodimenzionalan unitarni prostor i $A \in L(V)$. Ako je potprostor $M \leq V$ invarijantan za A, dokažite da je tada $M^\perp$ inavrijantan za A^*.