

**PISMENI ISPIT IZ ALGEBRE**

1. Odredite tip strukture  $(S, \circ)$  (grupid, polugrupa, monoid, grupa) ako je
  - (a)  $S = \{A \in M_2(\mathbb{R}) : \det A \geq 1\}$ ,  $\circ$  je matricno množenje;
  - (b)  $S = \mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}$ ,  $\circ$  je zadana s  $(a_1, a_2) \circ (b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_1 + b_2)$ .
2. Neka je  $G$  Abelova grupa neparnog reda. Dokažite da je umnožak svih elemenata grupe  $G$  neutralni element te grupe.
3. Za  $a, b \in n\mathbb{Z}$  neka je  $a \star b := \frac{ab}{n}$ . Dokažite da je  $(n\mathbb{Z}, +, \star)$  prsten koji je izomorfan prstenu  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ .
4. Ako je polinom  $p(x)$  ireducibilan nad poljem  $F$  dokažite da je tada i polinom  $p(x+a)$  ireducibilan nad  $F$ , za svaki  $a \in F$ .
5. Dokažite da polja  $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$  i  $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$  nisu izomorfna.

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.

*Mirela Jukić Bokun*