

1. kontrolna zadaća iz Matematike II

Ak. god. 2013./2014.

Zadatak 1 [10 bod.] *Zadana je nenegativna i omeđena funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Objasnite geometrijsko značenje određenog integrala $\int_a^b \pi f^2(x) dx$.*

Zadatak 2 [10 bod.] *Dovršite definiciju:*

Neka je $I = [a, b]$ segment realnih brojeva. Konačan skup točaka $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, za koje je $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, zovemo _____ segmenta I .

Zadatak 3 [10 bod.] *Neka je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna na segmentu $[a, b]$, a F bilo koja primitivna funkcija funkcije f na $[a, b]$. Newton-Leibnitzova formula glasi:*

_____ = _____.

Zadatak 4 [20 bod.] *Riješite sljedeće integrale:*

a)
$$\int \frac{(\sqrt{x} - 2\sqrt[4]{x^3})^2}{3 \cdot \sqrt[4]{x^3}} dx$$

b)
$$\int \cos^5 x \sin^2 x dx$$

Zadatak 5 [20 bod.] *Riješite sljedeće integrale:*

a)
$$\int \frac{12x^3}{x^8 + 3} dx$$

b)
$$\int \frac{\sqrt{\ln x} + \sqrt{2}}{\ln x \cdot x} dx$$

Zadatak 6 [20 bod] *Riješite sljedeći integral:*

$$\int x^2 \cdot (\sqrt{2})^x dx$$

Zadatak 7 [20 bod] *Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom $y = (x + 1)^2 - 1$ i pravcem $x = y - 2$.*

Zadatak 8 [20 bod] *Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom krivulje $f(x) = 3x^2 - x$ oko x -osi.*

Koristiti:

- $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

1. kontrolna zadaća iz Matematike II

Ak. god. 2013./2014.

Zadatak 1 [10 bod.] *Objasnite geometrijsko značenje donje i gornje Darbouxove sume za zadanu funkciju $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ i subdiviziju P .*

Zadatak 2 [10 bod.] *Dovršite definiciju:*

Svaku funkciju $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sa svojstvom da $F'(x) = f(x) \forall x \in [a, b]$ zovemo
_____ funkcije f .

Zadatak 3 [10 bod.] *Dovršite iskaz Teorema srednje vrijednosti za integral neprekidne funkcije:*

Neka je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna na segmentu $[a, b]$. Tada postoji točka $c \in [a, b]$ takva da je
_____.

Zadatak 4 [20 bod.] *Riješite sljedeće integrale:*

a)
$$\int \frac{(2\sqrt[3]{x^5} + \sqrt{x})^2}{4 \cdot \sqrt[3]{x^5}} dx$$

b)
$$\int \cos^4 x \sin^3 x dx$$

Zadatak 5 [20 bod.] *Riješite sljedeće integrale:*

a)
$$\int \frac{-2(\sqrt{e^{-2x}} + \sqrt{5})}{3e^{2x}} dx$$

b)
$$\int \frac{6x^2}{\sqrt{x^6 + 5}} dx$$

Zadatak 6 [20 bod] *Riješite sljedeći integral:*

$$\int \sqrt[4]{x} \cdot (\ln x)^2 dx$$

Zadatak 7 [20 bod] *Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom $y = -x^2 + 4x - 4$ i pravcem $y = -2x + 4$.*

Zadatak 8 [20 bod] *Izračunajte duljinu luka krivulje $f(x) = \sqrt{\left(x + \frac{8}{9}\right)^3}$ između točaka $A = (0, f(0))$ i $B = \left(\frac{4}{9}, f\left(\frac{4}{9}\right)\right)$.*

Koristiti:

•
$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$