

1. kolokvij iz Matematike 1, Grupa A
03.11.2016.

1.a) [5 bod.] Nadopuniti aksiom o matematičkoj indukciji:

Neka skup $M \subseteq \mathbb{N}$ ima sljedeća dva svojstva:

(i) _____, (ii) $(\forall n \in \mathbb{N}) n \in M \implies$ _____.

Tada je $M = \mathbb{N}$.

b) [20 bod.] Matematičkom indukcijom dokažite jednakost

$$2 + \frac{12}{5} + \frac{14}{5} + \dots + \frac{1}{5}(2n+8) = \frac{1}{5}n(n+9),$$

za svaki $n \in \mathbb{N}$.

2. Neka je $S = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < 10\} \cup (-7, 5) \cup \{3, 10\}$. Odredite:

a) [5 bod.] $\inf S$ b) [5 bod.] $\sup S$ c) [5 bod.] $\max S$ d) [5 bod.] $\min S$

3. [15 bod.] Koristeći sljedeća dva očigledna svojstva apsolutne vrijednosti:

$$|x| = \sqrt{x^2} \quad \& \quad x \leq |x|,$$

dokažite nejednakost trokuta

$$|x+y| \leq |x| + |y|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

4. a) [10 bod.] Riješite jednadžbu $|3x+9| = 6$.

b) [15 bod.] Skicirajte graf funkcije $f(x) = |x+4| + |x-1|$.

5. [15 bod.] Odredite koeficijent uz x^8 u izrazu $(2\sqrt{x} + 3x^6)^5$.

1. kolokvij iz Matematike 1, Grupa B
03.11.2016.

1.a) [5 bod.] Nadopuniti aksiom o matematičkoj indukciji:

Neka skup $M \subseteq \mathbb{N}$ ima sljedeća dva svojstva:

(i) _____, (ii) $(\forall n \in \mathbb{N}) \text{_____} \implies n+1 \in M$.

Tada je $M = \mathbb{N}$.

b) [20 bod.] Matematičkom indukcijom dokažite jednakost

$$3 + \frac{11}{3} + \frac{13}{3} + \dots + \frac{1}{3}(2n+7) = \frac{1}{3}n(n+8),$$

za svaki $n \in \mathbb{N}$.

2. Neka je $S = \{x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq 12\} \cup (-2, 14] \cup \{-5, 2\}$. Odredite:

a) [5 bod.] $\inf S$ b) [5 bod.] $\sup S$ c) [5 bod.] $\max S$ d) [5 bod.] $\min S$

3. [15 bod.] Koristeći sljedeća dva očigledna svojstva apsolutne vrijednosti:

$$|x| = \sqrt{x^2} \quad \& \quad x \leq |x|,$$

dokažite nejednakost trokuta

$$|x+y| \leq |x| + |y|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

4. a) [10 bod.] Riješite jednadžbu $|2x+8| = 4$.

b) [15 bod.] Skicirajte graf funkcije $f(x) = |x-3| + |x+1|$.

5. [15 bod.] Odredite koeficijent uz x^{10} u izrazu $(3\sqrt{x} + 2x^3)^5$.