

3. kolokvij iz Matematike 1
02.02.2010.

1. Izračunajte sljedeće limese:

a) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x - 4}$

b) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x-3}$

c) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

d) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x}\right)^{-2x}$

2. a) [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} ax + 7, & x < 3 \\ x^2 - 5, & x \geq 3 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 3$

b) [5 bod.] Za traženu vrijednost parametra a skicirajte graf funkcije f .

3. a) [5 bod.] Nadopunite formulu

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

kojom se definira derivacija funkcije $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in (a, b)$.

b) [10 bod.] Koristeći se formulom pod a), za funkciju $f(x) = 1 + x^2$ izračunajte $f'(1)$.

4. Derivirajte sljedeće funkcije:

a) [5 bod.] $y = 3\sqrt[3]{x} - 2x^2 + 5e^6$

b) [5 bod.] $y = 6^x(x^2 - 1)$

c) [5 bod.] $y = \frac{5 + 16x^4}{x \ln x}$

d) [5 bod.] $y = (x + 8)^2 + \cos(3x)$

e) [10 bod.] $y = (1 - 4x)^{3x}$

5. [20 bod.] Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $f(x) = -2x^3 + 5x + 1$ u točki s apscisom $x_0 = -2$.