

Pismeni ispit iz kolegija Matematika 1
19.02.2010.

1. [20 bod.] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + (2n - 1)(2n + 1) = \frac{n(4n^2 + 6n - 1)}{3}.$$

2. [20 bod.] Odredite domenu funkcije

$$f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{9 - x}} + \frac{\sqrt{\log(16 - x^2)}}{-x^3 + x^2 + 6x}.$$

3. [20 bod.] Pravu racionalnu funkciju

$$f(x) = \frac{3}{x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

rastavite na parcijalne razlomke.

4. [20 bod.] Zadana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{za } x \leq -2 \\ x, & \text{za } -2 < x < 2 \\ 1, & \text{za } x \geq 2 \end{cases}.$$

Skicirajte graf funkcije f . Izračunajte jednostrane limese u točkama 2 i -2 , te odgovorite da li je u njima funkcija f neprekidna.

5. [20 bod.] Izračunajte derivaciju funkcije f zadane formulom

$$f(x) = -\left(1 + \frac{5}{x}\right)^x + \sqrt{5x^2 + 1} - \ln \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{3x}.$$

Dragana Jankov