1. kolokvij iz Realne analize
27.03.2012.
Grupa A

1. [**20 bod.**] Dokažite da su norme $\|\cdot\|_1$ i $\|\cdot\|_2$ ekvivalentne na $\mathbb{R}^n$.
2. [**15 bod.**] Neka je (X,d) metrički prostor, a $\rho : X\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funkcija definirana formulom
$$\rho\big((x_1,\alpha_1),(x_2,\alpha_2)\big) = d(x_1,x_2).$$
Pokazati da je ρ pseudometrika na $X\times\mathbb{R}$.
3. [**20 bod.**] Pokazati da je skup $U\subseteq X$ iz metričkog prostora (X,d) otvoren onda i samo onda ako se može prikazati kao unija neke familije otvorenih kugala.
4. [**20 bod.**] Neka je X topološki prostor, a $B\subseteq X$ proizvoljan podskup. Dokažite da je
$$\operatorname{Cl} B = B\cup\partial B.$$
5. [**25 bod.**] Neka je A podskup topološkog prostora X. Pokazati da je $x_0\in\operatorname{Cl} A$ onda i samo onda ako je $A\cap O\neq\emptyset$ za svaku okolinu O točke x_0.

1. kolokvij iz Realne analize
27.03.2012.
Grupa B

1. [**20 bod.**] Dokažite da su norme $\|\cdot\|_1$ i $\|\cdot\|_\infty$ ekvivalentne na $\mathbb{R}^n$.
2. [**20 bod.**] Neka je (X,d) metrički prostor, a $\rho : X\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funkcija definirana formulom
$$\rho((x_1,\alpha_1),(x_2,\alpha_2)) = \min\{1, d(x_1,x_2)\}.$$
Pokazati da je ρ pseudometrika na $X\times\mathbb{R}$.
3. [**15 bod.**] Pokazati da je presjek konačno mnogo otvorenih skupova iz metričkog prostora (X,d) opet otvoren skup.
4. [**20 bod.**] Neka je X topološki prostor, a $C\subseteq X$ proizvoljan podskup. Dokažite da je
$$\partial C = \operatorname{Cl} C\backslash\operatorname{Int} C.$$
5. [**25 bod.**] Neka je A podskup topološkog prostora X. Pokazati da je $x_0\in\operatorname{Cl} A$ onda i samo onda ako je $A\cap O\neq\emptyset$ za svaku okolinu O točke x_0.