3. kolokvij iz Realne analize
05.06.2012.
Grupa A

1. [**10 bod.**] Dokažite da je u diskretnom topološkom prostoru X svako preslikavanje $f : X \to X$ neprekidno.
2. [**15 bod.**] Neka su X i Y topološki prostori, $f : X \to Y$ neprekidno preslikavanje i V otvoren skup u Y. Dokažite da je tada skup $f^{-1}(V)$ otvoren u X.
3. [**20 bod.**] Iskazati i dokazati lemu o lokalnoj omeđenosti neprekidne funkcije.
4. [**25 bod.**] Neka su X i Y topološki prostori, $K \subseteq X$ kompaktan skup, a $f : K \to Y$ neprekidno preslikavanje. Dokažite da je tada $f(K)$ kompaktan skup u Y
5. [**15 bod.**] Neka je $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ neprekidno preslikavanje koje prima samo iracionalne vrijednosti. Dokažite da je f konstanta.
6. [**15 bod.**] Pokažite da je funkcija $f : [a, \infty) \to \mathbb{R}$, $a > 0$, zadana formulom $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ uniformno neprekidna.

3. kolokvij iz Realne analize
05.06.2012.
Grupa B

1. [**10 bod.**] Dokažite da je svaka funkcija $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$ neprekidna.
2. [**15 bod.**] Neka su $f, g : X \to Y$ neprekidna preslikavanja topološkog prostora X u Hausdorffov prostor Y. Dokažite da je tada skup $A := \{x \in X : f(x) = g(x)\}$ zatvoren.
3. [**20 bod.**] Neka su $f, g : D \to \mathbb{R}$ neprekidne funkcija u točki $x_0 \in D \subseteq \mathbb{R}^n$. Dokažite da je funkcija $f + g : D \to \mathbb{R}$ neprekidna u točki x_0.
4. [**25 bod.**] Iskazati i dokazati Weierstrassov teorem o neprekidnoj realnoj funkciji definiranoj na kompaktu.
5. [**15 bod.**] Neka je $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ neprekidno preslikavanje koje prima samo racionalne vrijednosti. Dokažite da je f konstanta.
6. [**15 bod.**] Pokažite da funkcija $f : \mathbb{R} \to [0, \infty)$ zadana formulom $f(x) = x^2$ nije uniformno neprekidna.