

Priprema za nastavu*

[OGLEDNO PREDAVANJE]

Davor Menon[†]
Odjel za matematiku

18. studenog 2005.

Nastavna cjelina: Djeljivost prirodnih brojeva

Nastavna jedinica: Zajednički djelitelji; Najveći zajednički djelitelj

Tip sata: Obrada

Oblici rada: Kroz konkretne primjere metodom heurističkoga razgovora uočiti zajedničke djelitelje i istaknuti najveći zajednički djelitelj. Individualnim radom usvojiti postupak računanja.

Ciljevi

obrazovni:

- * Upoznavanje i usvajanje pojmova zajednički djelitelj, najveći zajednički djelitelj i relativno prosti brojevi.
- * Znati odrediti najveći zajednički djelitelj i znati prepoznati relativno proste brojeve.

funkcionalni:

- * Razvijati sposobnost primjene ranije stečenog znanja
- * Uporaba džepnoga računala pri rješavanju problema.

odgojni:

- * Nalaženje zajedničkog u mnoštvu.

Nastavna sredstva i pomagala: Ploča, kreda, grafoskop i prozirnice.

*OŠ Vladimira Becića; mentor Simo Perenčević, prof.; izlagač: Daniel Bašić

[†]e-mail: davor.menon@gmail.com

Artikulacija sata

Uvodni dio

Ponoviti sljedeće...

◇ Što je djelitelj nekog broja?

↪ Djelitelj broja x je onaj broj s kojim možemo podijeliti broj x a da pri tome imamo ostatak 0!

◇ Što je prost broj? A što složen?

↪ Prosti brojevi imaju samo dva djelitelja, a složeni imaju više od dva djelitelja.

◇ Rastav broja na proste faktore. Kako?

↪ Navedeni broj dijelimo s prostim brojevima počevši od najmanjeg prema većim sve dok ne dobijemo 1.

Uvođenje novih pojmova

Na sljedećem primjeru ćemo djecu pitanjima voditi k željenom cilju. Ispišimo sve djelitelje broja 12 i sve djelitelje broja 16.

djelitelji od 12		$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, 3, $\boxed{4}$, 6 i 12
djelitelji od 16		$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, 8, 16

◇ Imaju li brojevi 12 i 16 zajedničkih djelitelja?

↪ Imaju! To su brojevi 1, 2 i 4.

◇ Koji je od njih najmanji?

↪ Najmanji je 1!

◇ Koji je najveći zajednički djelitelj?

↪ Najveći je 4!

Uvodimo oznaku za najveći zajednički djelitelj dva broja.

$$\text{nzd}(a, b)$$

U našem konkretnom slučaju, najveći zajednički djelitelj brojeva 12 i 16, označavamo s $\text{nzd}(12, 16)$ i pišemo

$$\text{nzd}(12, 16) = 4.$$

Definicija 1 (Zajednički djelitelj) Broj a se naziva zajednički djelitelj brojeva b i c ako a dijeli b i ako a dijeli c .

Najveći zajednički djelitelj brojeva b i c se označava s $\text{nzd}(b, c)$.

Primjer 1 Odredi $\text{nzd}(15, 20)$!

◇ Je li broj 1 uvijek zajednički djelitelj neka dva broja?

↪ Da, broj 1 je zajednički djelitelj bilo koja dva broja. A kako je najmanji, zovemo ga najmanji zajednički djelitelj.

Primjer 2 Odredi $\text{nzd}(7, 11)$!

◇ Je li $\text{nzd}(p, j)$, gdje su p i j različiti prosti brojevi, uvijek jednak 1? Zašto?

↪ Da, broj $\text{nzd}(p, j)$ je uvijek jednak 1. Zato što prosti brojevi nemaju drugih djelitelja osim 1 i samih tih brojeva. A kako su p i j različiti, jedini zajednički djelitelj je 1. Kako je jedini, mora biti i najveći.

◇ Ako je $\text{nzd}(a, b) = 1$, jesu li tada a i b nužno prosti brojevi?

↪ Nisu! Pogledati sljedeći primjer!

Primjer 3 Odredi $\text{nzd}(20, 21)$!

Definicija 2 (Relativno prosti brojevi) Za brojeve kojima je najveći zajednički djelitelj 1 kažemo da su relativno prosti.

Drugim riječima, dva broja su relativno prosta, ako nemaju ni jedan zajednički djelitelj različit od 1.

Primjer 4 Jesu li 9 i 16 relativno prosti brojevi?

Primjer 5 Jesu li 10 i 25 relativno prosti brojevi?

Algoritam za određivanje $\text{nzd}(a, b)$

1. Napraviti rastav brojeva a i b na proste faktore.
2. Svaki broj koji se nalazi i u rastavu broja a i u rastavu broja b napisati odvojeno.
3. Umnožak odvojenih brojeva je jednak $\text{nzd}(a, b)$

Primjer 6 *Odredi $\text{nzd}(12, 16)$!*

Rješenje:

$$\begin{array}{cc|cc} 12 & 2 \circ & 16 & 2 \circ & \text{nzd}(12, 16) = \circ \cdot \diamond \\ 6 & 2 \diamond & 8 & 2 \diamond & = 2 \cdot 2 \\ 3 & 3 & 4 & 2 & = 4 \\ 1 & & 2 & 2 & \\ & & 1 & & \end{array}$$

Zadaci

Zadatak 1 *Odredi:*

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| $a) \text{nzd}(10, 50)$ | $b) \text{nzd}(45, 65)$ |
| $c) \text{nzd}(45, 26)$ | $d) \text{nzd}(75, 21)$ |
| $e) \text{nzd}(75, 50)$ | $f) \text{nzd}(100, 125)$ |

Završni dio

Ponoviti sljedeće pojmove. . .

- ✓ Zajednički djelitelj?
- ✓ Najveći zajednički djelitelj?
- ✓ Relativno prosti brojevi?

Domaća zadaća...

Zadatak 2

a) $\text{nzd}(27, 45)$

b) $\text{nzd}(111, 75)$

c) $\text{nzd}(105, 55)$

d) $\text{nzd}(2, 8)$

e) *Jesu li 51 i 93 relativno prosti brojevi?*

f) *Jesu li 8 i 21 relativno prosti brojevi?*