

Priprema za nastavu*

[PREDAVANJE ZA OCJENU]

Davor Menon[†]
Odjel za matematiku

25. studenog 2005.

Nastavna cjelina: Djeljivost, djelitelji i višekratnici

Nastavna jedinica: Zajednički višekratnici; Najmanji zajednički višekratnik

Tip sata: Obrada

Oblici rada: Kroz konkretne primjere metodom heurističkoga razgovora uočiti zajedničke višekratnike i istaknuti najmanji zajednički višekratnik. Individualnim radom usvojiti postupak računanja.

Ciljevi

obrazovni:

- * Upoznavanje i usvajanje pojmova zajednički višekratnik, najmanji zajednički višekratnik.
- * Znati odrediti najmanji zajednički višekratnik i usvojiti pripadajuću oznaku.

funkcionalni:

- * Razvijati sposobnost prepoznavanja, razlikovanja i povezivanja.
- * Poticati pravilno korištenje danih pojmova i podataka.
- * Privikavati na matematičko zapisivanje i izražavanje.

odgojni:

- * Nalaženje zajedničkog u mnoštvu.
- * Razvijati volju za međusobno pomaganje.

Nastavna sredstva i pomagala: Ploča, kreda u boji, grafoskop i prozirnice.

*OŠ Vladimira Becića; mentor Simo Perenčević, prof.

[†]e-mail: davor.menon@gmail.com

Artikulacija sata

Uvodni dio

Ponoviti sljedeće...

◇ Što znači biti višekratnik nekog broja?

↪ Biti višekratnik nekog broja znači biti djeljiv s tim brojem.

◇ Rastav broja na proste faktore. Kako?

↪ Navedeni broj dijelimo s prostim brojevima počevši od najmanjeg prema većim sve dok ne dobijemo 1.

◇ Rastav na proste faktore i višekratnici?

↪ **Primjer 1**

24	2	72	2	120	2
12	2	36	2	60	2
6	2	18	2	30	2
3	3	9	3	15	3
1		3	3	5	5
		1		1	

↪ Svaki broj koji je višekratnik broja 24 mora u svojem rastavu na proste faktore imati tri dvojke i jednu trojku.

Treba u obzir uzeti činjenicu da sve ove pojmove učenici vrlo dobro poznaju. Prethodna dva sata su određivali najveći zajednički djelitelj brojeva. Stoga možemo biti poprilično sigurni da su sve potrebne pojmove i metode za ovu nastavnu jedinicu usvojili.

Uvođenje novih pojmova

Na sljedećem primjeru ćemo djecu pitanjima voditi k željenom cilju.

Imamo brojeve 6 i 9.

višekratnici od 6 : 6, 12, $\boxed{18}$, 24, 30, $\boxed{36}$, 42, 48, $\boxed{54}$, ...
višekratnici od 9 : 9, $\boxed{18}$, 27, $\boxed{36}$, 45, $\boxed{54}$, 63, 72, 81, ...

◇ Imaju li brojevi 6 i 9 zajedničkih višekratnika?

↪ Imaju!

◇ Možemo li reći da je svaki višekratnik broja 18 također zajednički višekratnik brojeva 6 i 9?

↪ Provjerimo prvih nekoliko višekratnika broja 18.

$$18 \cdot 1 = 18$$

$$18 = 2 \cdot 9$$

$$18 = 3 \cdot 6$$

$$18 \cdot 2 = 36$$

$$36 = 4 \cdot 9$$

$$36 = 6 \cdot 6$$

$$18 \cdot 3 = 54$$

$$54 = 6 \cdot 9$$

$$54 = 9 \cdot 6$$

$$18 \cdot 4 = 72$$

$$72 = 8 \cdot 9$$

$$72 = 12 \cdot 6$$

⋮

Vidimo da je svaki višekratnik broja 18 također zajednički višekratnik brojeva 6 i 9. A višekratnika broja 18 ima beskonačno mnogo.

◇ Postoji li najveći zajednički višekratnik?

↪ Ne postoji, jer ih ima beskonačno mnogo!

◇ Postoji li najmanji zajednički višekratnik brojeva 9 i 6?

↪ Postoji! To je broj 18!

Primjer 2 *Odredite najmanji zajednički višekratnik brojeva 16 i 24.*

Rješenje:

$$16 \cdot 1 = 16$$

$$24 \cdot 1 = 24$$

$$16 \cdot 2 = 32$$

$$24 \cdot 2 = \boxed{48}$$

$$16 \cdot 3 = \boxed{48}$$

$$24 \cdot 3 = 72$$

$$16 \cdot 4 = 64$$

$$=$$

◇ Možemo li reći da je 48 najmanji višekratnik brojeva 16 i 24? Zašto?!

↪ Možemo, jer svi ostali višekratnici brojeva 16 i 24 bi bili veći od 48!

◇ Što je zajednički višekratnik?

$\rightsquigarrow$ To je onaj broj koji je djeljiv i s jednim i s drugim brojem.

Definicija 1 (Zajednički višekratnik)

Zajednički višekratnik dva, ili više, prirodnih brojeva jest broj djeljiv sa svakim od tih brojeva.

Najmanji takav broj zovemo $\boxed{n}$ ajmanji $\boxed{z}$ ajednički $\boxed{v}$ išekratnik i označavamo ga s

$$\text{nzv}(\text{zadani brojevi})$$

Mi smo imali zadane brojeve 16 i 24! Stoga možemo pisati $\text{nzv}(16, 24) = 48$.

Odnosno, $\text{nzv}(6, 9) = 18$.

$$\diamond \text{nzv}(a, b) = c$$

$\rightsquigarrow c$ je najmanji broj djeljiv i s a i s b !

Zadatak 1 *Odredi najmanji zajednički višekratnik brojeva 15 i 20!*

$$\diamond \text{nzv}(15, 20) = 60$$

$\rightsquigarrow$ Nema prirodnog broja manjeg od 60 koji je djeljiv i s 15 i s 20.

$\diamond$ Što ako su naši brojevi jako veliki? I što ako moramo ispisati puno njihovih višekratnika dok ne dođemo do prvog?

$\rightsquigarrow$ Postoji metoda pomoću rastava na proste faktore - slična metodi određivanja najvećeg zajedničkog djelitelja.

Algoritam za određivanje $\text{nzv}(a, b)$

Primjer 3 *Odredi $\text{nzv}(18, 30)$!*

Rješenje:

18	30	2	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$	Napomena:
9	15	3	$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	Zajednički višekratnik brojeva 18 i 30 mora sadržavati
3	5	3	=	sve proste faktore broja 18 i
1	5	5	$\text{nzv}(18, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$	sve proste faktore broja 30.
	1		= 90	

Provjera:

$18 \cdot 1 = 18$	$30 \cdot 1 = 30$
$18 \cdot 2 = 36$	$30 \cdot 2 = 60$
$18 \cdot 3 = 54$	$30 \cdot 3 = \boxed{90}$
$18 \cdot 4 = 72$	$=$
$18 \cdot 5 = \boxed{90}$	$=$

Zadaci

Zadatak 2 *Odredi:*

a) $\text{nzv}(6, 9)$

b) $\text{nzv}(8, 10)$

c) $\text{nzv}(24, 30)$

d) $\text{nzv}(6, 25)$

Napomena:

Najmanji zajednički višekratnik relativno prostih brojeva jednak je njihovu umnošku.

Primjer 4 *Odredi najmanji zajednički višekratnik brojeva 4, 6, i 8!*

Rješenje:

4	6	8		2	$\text{nzv}(4, 6, 8) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$
2	3	4		2	
1	3	2		2	
	3	1		3	
	1			2	

Primjer 5 *Odredi najmanji zajednički višekratnik brojeva 2, 3, 4 i 6!*

Rješenje:

2	3	4	6		2	$\text{nzv}(2, 3, 4, 6) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
1	3	2	3		2	
	3	1	3		3	
	1		1			

Zadatak 3

a) $\text{nzv}(18, 24)$

b) $\text{nzv}(72, 90)$

c) $\text{nzv}(24, 36)$

d) $\text{nzv}(144, 216)$

e) $\text{nzv}(18, 24, 48, 54)$

f) $\text{nzv}(24, 32, 96, 144)$

Zadatak 4 *Odredite sve brojeve x za koje vrijedi:*

a) $\text{nzv}(x, 20) = 20$;

b) $\text{nzv}(x, 20) = x$.

Zadatak 5 *Odredi sve dvoznamenkaste brojeve x za koje vrijedi $\text{nzv}(x, 17) = x$.*

Završni dio

Ponoviti sljedeće pojmove. . .

- ✓ Zajednički višekratnik?
- ✓ Najmanji zajednički višekratnik?
- ✓ Koliko zajedničkih višekratnika imaju svaka dva broja?
- ✓ Čemu je jednak najmanji zajednički višekratnik dva relativno prosta broja?

Domaća zadaća. . .

Zadatak 6

a) $\text{nzv}(14, 35)$

b) $\text{nzv}(6, 15)$

c) $\text{nzv}(44, 66)$

d) $\text{nzv}(10, 890)$

e) $\text{nzv}(198, 264)$

f) $\text{nzv}(24, 32, 96, 144)$

Zadatak 7 *Odredi sve brojeve x za koje vrijedi $\text{nzv}(x, 40) = 40$.*