

Priprema za nastavu*

[OGLEDNO PREDAVANJE]

Davor Menon[†]
Odjel za matematiku

1. prosinca 2005.

Nastavna cjelina: Pitagorin poučak

Nastavna jedinica: Primjena Pitagorina poučka na kvadrat i pravokutnik

Tip sata: Obrada

Oblici rada: Primjene Pitagorina poučka na kvadrat i pravokutnik opisati koristeći bilo heurističku metodu bilo problemsku. Cijeli proces popratiti zornim materijalima modelima likova, posterima, crtežima na prozirnicama i/ili računarskim aplikacijama.

Ciljevi

obrazovni:

- * Znati izračunati duljinu dijagonale kvadrata i pravokutnika.
- * Rješavati zadatke u kojima se uz stranice i dijagonalu kvadrata i pravokutnika javljaju i drugi elementi kao što su opseg i površina.

funkcionalni:

- * Razvijati sposobnost prepoznavanja, razlikovanja i povezivanja.
- * Poticati pravilno korištenje danih pojmova i podataka.

odgojni:

- * Pravilo koje odlično funkcionira za jedan tip problema ne mora nužno biti dobro kod drugog tipa problema.

Nastavna sredstva i pomagala: Ploča, pisačke u boji, grafoskop i prozirnice.

*OŠ Antuna Mihanovića; mentor Ksenija Moguš, prof.

[†]e-mail: davor.menon@gmail.com

Artikulacija sata

Uvodni dio

Ponoviti sljedeće...

◇ Kada je trokut pravokutan?

↪ Ako jedan kut trokuta iznosi 90° kažemo da je pravokutan.

◇ Što je kvadrat

↪ Kvadrat je pravokutnih jednakih stranica.

◇ Što je dijagonala mnogokuta?

↪ Dijagonala mnogokuta je dužina koja spaja dva ne susjedna vrha mnogokuta.

◇ Kako glasi Pitagorin poučak?

↪ **Tvrdnja 1 (Pitagorin poučak)**

U pravokutnom trokutu ABC s pravim kutom pri vrhu C vrijedi:

$$c^2 = a^2 + b^2,$$

pri čemu je c duljina hipotenuze, a a i b su duljine kateta.

Obrada novog gradiva

Pravokutnik

Nacrtajmo pravokutnik $ABCD$ i povucimo jednu njegovu dijagonalu. Pogledaj Sliku 1.

◇ Na koje likove je dijagonala dijeli pravokutnik?

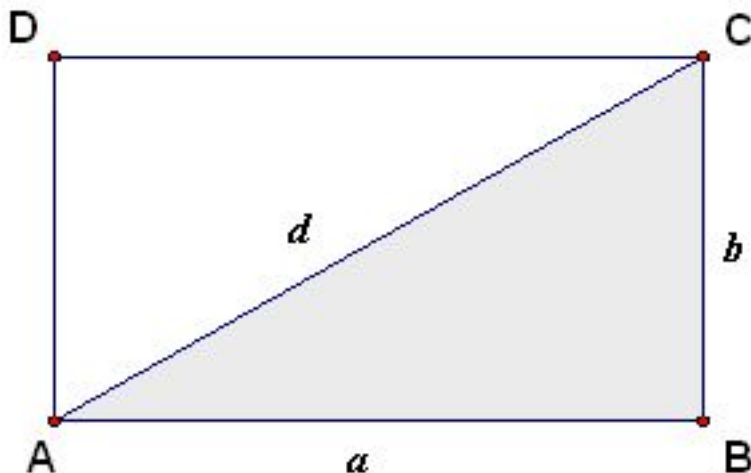
↪ Dijagona dijeli pravokutnik na dva pravokutna trokuta.

◇ Kakvi su ti trokuti?

↪ Ta dva trokuta su sukladna.

◇ Kako znamo da su ta dva trokuta sukladna?

↪ Imaju sve tri stranice jednake duljine.



Slika 1: Pravokutnik

◇ Ako je to pravokutni trokut i mi znamo dvije njegove stranice, možemo li reći da znamo i treću?

↪ Da, možemo! Primjenom Pitagorinog poučka možemo odrediti treću stranicu.

Tvrdnja 2 (Duljina dijagonale pravokutnika)

Duljina d dijagonale pravokutnika sa stranicama duljine a i b dana je formulom

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Primjer 1 *Izračunajmo nepoznatu stranicu, opseg i površinu pravokutnika ako mu je duljina jedne stranice 15 cm , a duljina dijagonale 17 cm*

Rješenje:

Zbog Tvrdnje 2 možemo reći da vrijedi $d^2 = a^2 + b^2$. Iz toga dobivamo

$$b^2 = d^2 - a^2 = 17^2 + 15^2 = 289 + 225 = 64.$$

Slijedi da je $b = 8\text{ cm}$. Tada je $O = 2a + 2b = 2 \cdot 15 + 2 \cdot 8 = 46\text{ cm}$, a površina je $P = a \cdot b = 120\text{ cm}^2$.

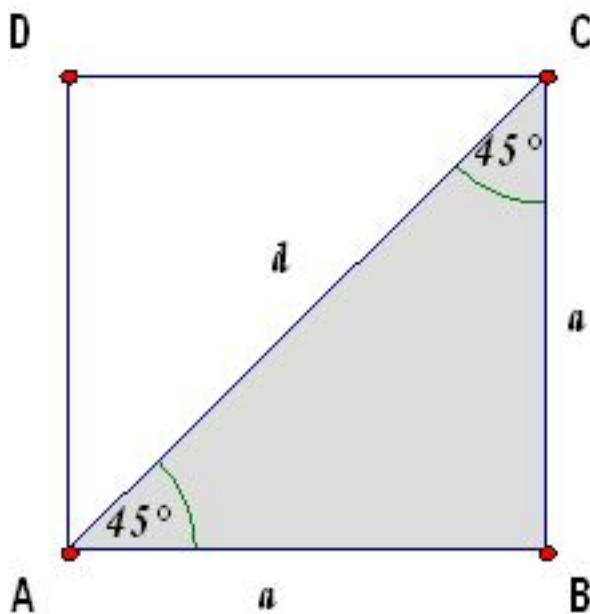
Zadatak 1 *Izračunaj duljinu dijagonale pravokutnika ako su mu dane duljine stranica:*

a) $a = 16\text{ cm}$ i $b = 30\text{ cm}$

b) $\sqrt{5}\text{ mm}$ i 2 mm

Kvadrat

Nacrtajmo kvadrat $ABCD$ i povucimo jednu njegovu dijagonalu. Pogledaj Sliku 2.



Slika 2: Kvadrat

◇ Na koje likove je dijagonala dijeli kvadrat?

↪ Dijagona dijeli pravokutnik na dva pravokutna trokuta. Ti trokuti su ujedno i jednakokračni.

◇ Kakvi su ti trokuti?

↪ Ta dva trokuta su sukladna.

◇ Kako znamo da su ta dva trokuta sukladna?

↪ Imaju sve tri stranice jednake duljine.

◇ Ako je to pravokutni trokut i mi znamo dvije njegove stranice, možemo li reći da znamo i treću?

↪ Da, možemo! Primjenom Pitagorinog poučka možemo odrediti treću stranicu.

Hipotenuza pravokutnog trokuta $\triangle ABC$ upravo je dijagonala $\overline{AC}$, pa primjenom Pitagorina poučka dobijemo:

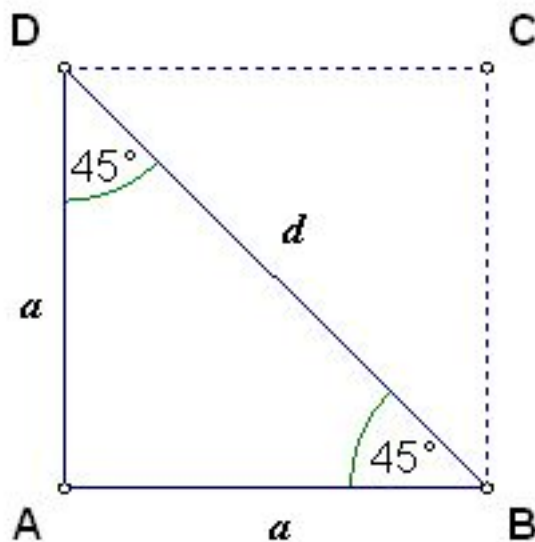
$$\begin{aligned}d^2 &= a^2 + a^2 \\&= 2a^2 \\d &= a\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Tvrdnja 3 (Duljina dijagonale kvadrata)

Duljina d dijagonale kvadrata sa stranicom duljine a dana je formulom

$$d = a\sqrt{2}.$$

Primjer 2 *Duljina hipotenuze jednakokravnog pravokutnog trokuta je $16\sqrt{2}$ cm. Izračunaj duljinu krakova tog trokuta (pogledaj Sliku 3).*



Slika 3: Kvadrat

Rješenje:

Zrcalimo jednakokrani pravokutni trokut $\triangle ABC$ s obzirom na AB u trokut

$\triangle ADB$. Četverokut $ADBC$ je kvadrat kojemu je duljina stranice jednaka duljini katete trokuta $\triangle ABC$, a hipotenuza trokuta je dijagonala kvadrata, tj. vrijedi

$$16\sqrt{2} = a\sqrt{2},$$

pri čemu je a duljina kateta. Dakle, $a = 16\text{ cm}$, tj. duljine krakova jednakokraknoga pravokutnog trokuta su 16 cm .

Zadatak 2 *Izračunaj duljinu dijagonale kvadrata ako mu je dana duljina stranice $a = 0.4\text{ cm}$.*

Zadaci:

Zadatak 3 *Krevet je dug 180 cm , a širok 80 cm . Može li se Josip ispružiti u tom krevetu ako je Josip visok 193 cm ?*

Zadatak 4 *Izračunaj površinu pravokutnika ako je dana duljina dijagonale $d = 17\text{ cm}$ i stranice $a = 15\text{ cm}$.*

Zadatak 5 *Dječje igralište je dimenzija $20\text{ m} \times 15\text{ m}$. Ante i Ivan žele iz jednog kuta igrališta doći do nasuprotnog kuta. Ante će se kretati po rubu igrališta, a Ivan po dijagonali. koji će od dječaka prijeći kraći put i za koliko?*

Zadatak 6 *Izračunaj opseg pravokutnika ako je dana duljina jedne stranice $a = 40\text{ cm}$ i opseg tom pravokutniku opisane kružnice $O = 41\pi\text{ cm}$.*

Zadatak 7 *Izračunaj stranicu i površinu kvadrata ako je dana duljina dijagonale kvadrata $d = 22\text{ dm}$.*

Zadatak 8 *Izračunaj duljinu stranice i duljinu dijagonale kvadrata ako je dan opseg kvadrata $O = 12\sqrt{6}$.*

Zadatak 9 *Izračunaj duljinu stranice, duljinu dijagonale te opseg kvadrata ako je površina kvadrata $P = 98\text{ cm}^2$.*

Zadatak 10 *Odredi duljine x i y stranica trokuta danim crteima (udbenik, stranica 69.; zadatak 112., a, b, c)!*

Zavrni dio

Ponoviti sljedeće...

- ✓ Pitagorin pouak?
- ✓ Duljina dijagonale pravokutnika?
- ✓ Duljina dijagonale kvadrata?

Domaa zadaa

Udbenik; poglavlje 2.7...

Zadaci: 91.; 93. : a).

Udbenik; poglavlje 2.8...

Zadaci: 100. : d); 108.; 111.