Priprema za predavanje

R a z r e d b e n i   I s p i t i
G I M N A Z I J A
2. sat

Davor Menon
davor.menon@gmail.com
Crveni tim

18. ožujka 2006.

Nastavna cjelina: Priprema za razredbene ispite

Nastavna jedinica: Polinomi; Uređaj na skupu $\mathbb{R}$

Tip sata: Ponavljanje

Oblici rada: Frontalni i individualni

Ciljevi

obrazovni:

* Ponoviti i uvježbati metode rješavanja određenih problema.

funkcionalni:

* Podizanje razine razumijevanja i povezivanja prije naučenog.
* Povećati brzinu rješavanja.

odgojni:

* "Sve se plaća, sve se vraća!"

Nastavna sredstva i pomagala: Ploča, kreda, grafoskop i prozirnice.

1 Uvodni dio

Učenici će vjerojatno imati nekoliko pitanja vezanih za naš naredni sat. Ovo vrijeme treba iskoristiti da se otklone moguće nejasnoće i da se učenici obavijeste o tijeku našeg sata.

Učenicima objasniti da će se u narednih 40 minuta nastojati proći kroz zadatke obrađivane u nastavnim cjelinama "*Uređaj u skupu* $\mathbb{R}$" i "*Polinomi*". Prije zadataka će se ponoviti svojstva potrebih elemenata i pravila za rad s istima.

2 Polinomi

2.1 Ponovimo!

⇝ **Što je polinom?**

Funkciju $P_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$, gdje su a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0 koeficijenti, zovemo polinomom. Ako je $a_n \neq 0$ polinom $P_n(x)$ je n–tog stupnja ($n \in \mathbb{N}$).

⇝ **Kako zbrajamo i oduzimamo polinome?**

Ako je $R_m(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_1 x + b_0$ za $m = n$ vrijedi

$$P_n(x) \pm R_m(x) = (a_n \pm b_n)x^n + (a_{n-1} \pm b_{n-1})x^{n-1} + \cdots + (a_1 \pm b_1)x + (a_0 - b_0) .$$

Ili jednostavno rečeno, zbrojimo članove s varijablama jednakog stupnja.

⇝ **A množenje?**

Polinom se množi polinomom tako da se svaki član jednog polinoma pomnoži članom drugog polinoma, a zatim se članovi s varijablama jednakog stupnja zbroje.

⇝ **Dijeljenje...?**

Podijeliti polinom $P_n(x)$ polinomom $P_m(x)$ znači odrediti polinome $q(x)$ i $r(x)$ tako da vrijedi

$$P_n(x) = q(x) \cdot R_m(x) + r(x) .$$

polinom $q(x)$ zovemo kvocijentom, a polinom $r(x)$ ostatkom dijeljenja. Ako je pri tome $r(x) = 0$, kažemo da su polinomi $P_n(x)$ i $R_m(x)$ djeljivi.

$\mathcal{P}$ **1** *Podijelimo polinom $9x^3 - 18x^2 - x + 2$ s polinomom $-3x^2 + 7x - 2$.*

$$\begin{array}{l}
(9x^3-18x^2\ \ -x+2) : (-3x^2+7x-2) = -3x-1 \\
\ \underline{9x^3-21x^2+6x} \\
\qquad\quad 3x^2-7x+2 \\
\qquad\quad \underline{3x^2-7x+2} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

2.2 Zadaci...

Z 1 *Odredi a, ako je polinom $x^2 + ax + 3$ djeljiv s $x - 1$.*

Z 2 *Odredi a tako da je polinom $x^4 + x^3 - 7x^2 + ax - 2$ djeljiv s polinomom $x^2 - 2x + 1$.*

Z 3 *Odredi zbroj realnih brojeva $a + b$ takvih da polinom $f(x) = x^4 + x^3 + ax^2 + b$ bude djeljiv polinomom $g(x) = x^2 - x + 2$.*

Z 4 *Koliko se od ovih polinoma: $x^2 + 4$, $x^3 + 8$, $x^4 + 16$, $x^5 + 32$, može napisati kao produkt dvaju realnih polinoma strogo manjeg stupnja?*

Z 5 *Odredi $a+b+c$, ako je polinom $P(x) = x^4+ax^2+bx+c$ djeljiv polinomom $Q(x) = (x - 1)^3$.*

3 Uređaj na skupu $\mathbb{R}$

3.1 Ponovimo!

$\rightsquigarrow$ **Uređaj?**

$\looparrowright$ $a < b$ ili $a = b$ ili $a > b$

$\rightsquigarrow$ **Svojstva?**

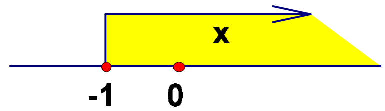
$\looparrowright$ $a < b \quad \wedge \quad b < c \quad \Rightarrow \quad a < c$

$\looparrowright$ $a < b \quad \Rightarrow \quad a + x < b + x\,, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\looparrowright$ $a < b \quad \Rightarrow \quad ax < bx$, za $x > 0$
$a < b \quad \Rightarrow \quad ax > bx$, za $x < 0$

$\rightsquigarrow$ **Nejednadžbe?**

$$-x - 1 < 0$$



⇝ **A sustav Nejednadžbi?**

Rješenje sustava je presjek skupova rješenja svih nejednadžbi sustava.

⇝ **Apsolutna vrijednost?**

$|\cdot| : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$, a definirana je s

$$|x| = \begin{cases} x\ , & \text{za } x \geq 0 \\ -x\ , & \text{za } x < 0 \end{cases}.$$

⇝ **Svojstva...?**

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|-x| = x$
- $x \cdot y = |x| \cdot |y|$
- $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$
- $|x + y| \leq |x| + |y|$
- $|x^2| = x^2$
- $|x|^2 = x^2$
- $\sqrt{x^2} = |x|$

3.2 Zadaci...

Z 6 *Odredi broj rješenja jednadžbe* $|4-|x-2|| = 2+|x|$, *koja leže u intervalu* $[2, \infty >$.

Z 7 *Odredi zbroj rješenja jednadžbe*

$$\cfrac{x}{1+\cfrac{x}{1+\cfrac{x}{\cfrac{x}{1-x}}}} = -1$$

.

Z 8 *Odredi skup svih realnih rješenja nejednadžbe* $|x-1| \leq x+1$.

Z 9 *Riješiti u skupu* R *realnih brojeva nejednadžbu* $|2x-3|-|2-3x| < 3x-2$.

Z 10 *Odredi skup realnih rješenja nejednadžbe* $\frac{2x}{x+3} < 1$.

Z 11 *Odredi skup svih rješjenja nejednadžbe* $\frac{2x+4}{3x} < \frac{2x-2}{x}$.

Z 12 *Odredi skup svih rješenja nejednadžbe* $\frac{6-2x}{1-2x} > \frac{4x-3}{2x-1}$.

Z 13 *Odredi skup svih realnih rješenja nejednadžbe* $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+x-2} < 0$.

Z 14 *Kolika je najmanja vrijednost funkcije* $f(x) = |x+3| + |x-2| + |x-4|$ *na skupu* R*?*

Z 15 *Odredite područje definicije funkcije* $f(x) = \sqrt{2-|x|}$.

4 Pravci

4.1 Ponovimo!

$\rightsquigarrow$ **Implicitni oblik**

$$Ax + By + C = 0$$

$\rightsquigarrow$ **Eksplicitni oblik**

$$y = kx + l$$

$\rightsquigarrow$ **Segmentni oblik**

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$$

4.2 Zadaci...

Z 16 *Pravci* $2x - y - 1 = 0$ *i* $4x + y - 5 = 0$ *sjeku se u točki* A*, a pravci* $2x + y - 6 = 0$ *i* $x - y = 0$ *sjeku se u točki* B*. Odrediti jednadžbu pravca* AB*.*

Z 17 *Odredi jednadžbu pravca kojemu je odsječak na osi* x *jednak* 2 *i koji prolazi točkom* $T = (-1, -6)$.

5 Završni dio

Velika je vjerojatnost da su mnogi učenici tijekom izlaganja imali ideju kako bi njima ovo moglo biti još korisnije. Ovo je prilika da saznamo što učenici misle o našem načinu vođenja sata. Dobivene informacije se mogu koristiti pri organiziranju sljedećeg sata i tako poboljšati učinkovitost.

Učenike upozoriti da i sljedeće subote mogu doći u isto vrijeme i na isto mjesto po još zanimljivih zadataka. Možda nije na odmet spomenuti da u subotu poslje sljedeće neće biti predavanja.