

DRUGI KOLOKVIJ IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE : A grupa

Teorija

PITANJE 1. [20 BODOVA]

Definirajte koeficijent korelacije i objasnite njegovu vezu s nezavisnošću slučajnih varijabli.

Zadaci

(Sve svoje tvrdnje obrazložiti!)

ZADATAK 1. [20 BODOVA]

Kontrolori pregledavaju karte u svakom petom autobusu. Putnik P. se vozio autobusom bez karte tri puta. Odredite tablicu distribucije slučajne varijable X koja broji koliko su puta kontrolori zatekli putnika P. bez karte. Odredite vjerojatnost da su kontrolori barem jedanput zatekli tog putnika bez karte. Izračunajte matematičko očekivanje slučajne varijable X .

ZADATAK 2. [20 BODOVA]

Odredite numeričku vrijednost konstante k tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & , \quad x \in [1, 3] \\ 0 & , \quad x \notin [1, 3] \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X te odredite funkciju distribucije i vjerojatnost $P(1 < X \leq 2)$.

ZADATAK 3. [20 BODOVA]

Neprekidna slučajna varijabla X zadana je funkcijom gustoće:

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad 0 \leq x < 1 \\ 2 - x & , \quad 1 \leq x < 2 \\ 0 & , \quad \text{inače.} \end{cases}$$

Izračunajte njezino matematičko očekivanje i varijancu.

ZADATAK 4. [20 BODOVA]

Na raspolaganju imamo kutiju s 5 crvenih, 4 bijele i 3 plave kuglice. Na slučajan način izvlačimo 3 kuglice odjednom. Neka je realizacija slučajne varijable X broj izvučenih crvenih kuglica, a realizacija slučajne varijable Y broj izvučenih plavih kuglica. Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) , uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 2\}$ te izračunajte koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$. Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne? Obrazložite svoj odgovor.

DRUGI KOLOKVIJ IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE : B grupa

Teorija

PITANJE 1. [20 BODOVA]

Iskažite slabi zakon velikih brojeva i objasnite njegovu vezu sa statističkom definicijom vjerojatnosti.

Zadaci

(Sve svoje tvrdnje obrazložiti!)

ZADATAK 1. [20 BODOVA]

Jedno kino godišnje prikazuje 1825 filmova. Odredite sljedeće vjerojatnosti:

- a) da se u jednom danu prikažu 3 filma,
- b) da se u jednom danu ne prikaže više od 2 filma.

Koliki je očekivani broj prikazanih filmova u jednom danu?

ZADATAK 2. [20 BODOVA]

Odredite numeričku vrijednost konstante k tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{2}x^2 & , \quad x \in [1, 2) \\ 0 & , \quad x \notin [1, 2) \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X te odredite funkciju distribucije i vjerojatnost $P(1.5 < X \leq 2)$.

ZADATAK 3. [20 BODOVA]

Neprekidna slučajna varijabla X zadana je funkcijom gustoće:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & , \quad -1 \leq x < 0 \\ 1 - x & , \quad 0 \leq x < 1 \\ 0 & , \quad \text{inače.} \end{cases}$$

Izračunajte njezino matematičko očekivanje i varijancu.

ZADATAK 4. [20 BODOVA]

Na raspolaganju imamo kutiju s 3 crvene, 5 bijele i 4 plave kuglice. Na slučajan način izvlačimo 3 kuglice odjednom. Neka je realizacija slučajne varijable X broj izvučenih bijelih kuglica, a realizacija slučajne varijable Y broj izvučenih crvenih kuglica. Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) , uvjetnu distribuciju slučajne varijable Y uz uvjet $\{X = 1\}$ te izračunajte koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$. Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne? Obrazložite svoj odgovor.