

PISMENI ISPIT IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE

ZADATAK 1. U kutiji se nalazi 20 crvenih i 2 zelene kuglice. Na slučajan način n puta izvlačimo po jednu kuglicu, pri čemu se poslije svakog izvlačenja izvučena kuglica vraća u kutiju. Odredite najmanji broj izvlačenja tako da vjerojatnost pojavljivanja barem jedne zelene kuglice bude veća od 0.5.

ZADATAK 2. Kućni miš može nastradati samo na tri moguća načina: ako pojede otrov, ako upadne u mišolovku i ako ga pojede mačka, i to s pripadnim vjerojatnostima $\frac{6}{11}$, $\frac{6}{33}$ i $\frac{6}{22}$ tim redom. U kući se nalaze miš i mišica. Odredite vjerojatnost da miševi nastradaju na različite načine, ako se kreću nezavisno jedan od drugoga. Ako miševi nastradaju na različite načine, odredite vjerojatnost da je jednog pojela mačka, a da je drugi upao u mišolovku.

ZADATAK 3. Na slučajan način iz intervala $[0, 1]$ izabrana su dva broja: b i c . Odredite vjerojatnost da jednačba $x^2 + bx + c^2 = 0$ ima realna rješenja.

ZADATAK 4. Odredite numeričku vrijednost konstante k tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} kxe^x & , \quad x \in [0, 1] \\ 0 & , \quad x \notin [0, 1] \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X te odredite njenu funkciju distribucije i vjerojatnost $P(\frac{1}{3} < X \leq \frac{3}{4})$.

ZADATAK 5. Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od bacanja šest igračih kockica odjednom. Neka je (X, Y) slučajan vektor u kojem X predstavlja broj parnih brojeva, a Y broj neparnih brojeva koji su se realizirali prilikom bacanja. Odredite:

- distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) ,
- koefficient korelacije $\rho_{X,Y}$,
- jesu li varijable međusobno zavisne,
- uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 2\}$.

M. Miloloža Pandur