

PISMENI ISPIT IZ VJEROJATNOSTI I STATISTIKE

ZADATAK 1. Iz kutije u kojoj se nalazi n kuglica označenih brojevima od 1 do n ($n \geq 5$) izvlači se na slučajan način 5 kuglica, jedna po jedna, bez vraćanja. Odredite vjerojatnost da je u drugom izvlačenju izvučena kuglica s rednim brojem 1, a u petom izvlačenju s rednim brojem 4.

ZADATAK 2. U kutiji se nalazi 12 bijelih i 10 crnih kuglica. Iz kutije je izgubljena jedna kuglica nepoznate boje. U cilju utvrđivanja njene boje, iz kutije se odjednom izvlače tri kuglice. Naći vjerojatnost da je izgubljena kuglica crne boje, ukoliko su izvučene dvije bijele i jedna crna kuglica.

ZADATAK 3. Zadan je pravokutnik s omjerom stranica $a : b = 1 : \sqrt{3}$. Na slučajan način biramo jednu točku iz tog pravokutnika. Odredite vjerojatnost da je udaljenost te slučajno odabrane točke do najbliže stranice veća ili jednaka nego udaljenost te slučajno odabrane točke do bliže dijagonale.

ZADATAK 4. Odredite numeričku vrijednost konstante k tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} k \cos(2x) & , \quad x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}] \\ 0 & , \quad x \in \mathbb{R} \setminus [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}] \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X te odredite njeno matematičko očekivanje.

ZADATAK 5. Strijelac gađa metu tri puta (gađanja su međusobno nezavisna, a meta je jednostavnog karaktera - jedine moguće realizacije gađanja su pogodak ili promašaj). Neka je broj promašaja realizacija slučajne varijable X , a broj pogodaka nakon prvog postignutog promašaja realizacija slučajne varijable Y . Ako je vjerojatnost pogotka u jednom gađanju 0.8, odredite:

- distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) ,
- koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$,
- jesu li varijable međusobno zavisne (objasniti odgovor),
- uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 2\}$.

M. Miloloža Pandur