

1. PRIMJER PISMENOG ISPITA

ZADATAK 1:

Dane su četiri kutije s kuglicama. Raspored kuglica u kutijama je sljedeći:

1. kutija: 3 bijele, 2 crne, 2 plave, 3 zelene;
2. kutija: 1 bijela, 3 crne, 5 plavih, 2 zelene;
3. kutija: 2 bijele, 4 crne, 1 plava, 2 zelene;
4. kutija: 4 bijele, 1 crna, 6 plavih, 2 zelene.

Odabiremo jednu kutiju na slučajan način, te iz nje na slučajan način izvlačimo dvije kuglice. Odredite vjerojatnost da je izvučena jedna bijela, a druga zelena kuglica. Odredite vjerojatnost da smo odabrali 4. kutiju, ako je izvučena jedna bijela, a druga zelena kuglica.

ZADATAK 2:

Zadan je pravokutnik s omjerom stranica $a : b = 1 : \sqrt{3}$. Na slučajan način biramo jednu točku iz tog pravokutnika. Odredite vjerojatnost da je udaljenost te slučajno odabrane točke do najbliže stranice manja nego udaljenost te slučajno odabrane točke do bliže dijagonale.

ZADATAK 3:

Kontrolori pregledavaju karte u svakom desetom autobusu. Putnik P. se vozio autobusom bez karte sedam puta. Odredite zakon razdiobe (distribucije) slučajne varijable X koja broji koliko su puta kontrolori zatekli putnika P. bez karte. Odredite vjerojatnost da su kontrolori barem jedanput zatekli tog putnika bez karte. Izračunajte matematičko očekivanje slučajne varijable X .

ZADATAK 4:

Odredite numeričku vrijednost konstante k tako da funkcija

$$f_X(x) = \begin{cases} k x \sin x & , \quad x \in [0, \pi] \\ 0 & , \quad x \notin [0, \pi] \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X te odredite njezino matematičko očekivanje.

ZADATAK 5:

Slučajan pokus sastoji se od izvlačenja dvije kuglice (jedne po jedna) bez vraćanja, iz kutije u kojoj se nalaze 3 bijele i 4 crne kuglice. Neka slučajna varijabla X označava rezultat prvog izvlačenja kuglice, i to s vrijednostima: $X = 0$ ako je izvučena crna kuglica; $X = 1$ ako je izvučena

bijela kuglica. Neka slučajna varijabla Y označava rezultat drugog izvlačenja kuglice, i to s vrijednostima: $Y = 0$ ako je izvučena crna kuglica; $Y = 1$ ako je izvučena bijela kuglica. Odredite zakon razdiobe (distribuciju) slučajnog vektora (X, Y) te izračunajte kovarijancu $cov(X, Y)$ i koeficijent korelacije $\rho(X, Y)$. Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne? Obrazložite zašto.

2.PRIMJER PISMENOG ISPITA

ZADATAK 1:

Koliko najmanje studenata treba biti na ispitu iz UVIS-a u predavaonici 2, da bi vjerojatnost da barem dva studenta imaju rođendan istoga dana u mjesecu (radi jednostavnosti, uzmite da svaki mjesec ima 30 dana), bila veća od 0.5?

ZADATAK 2:

Slučajno se bira točka u kvadratu duljine stranice 5. Kolika je vjerojatnost da je izabrana točka bliže stranicama kvadrata, nego njegovim dijagonalama?

ZADATAK 3:

Diskretna slučajna varijabla dana je sljedećom tablicom distribucije:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 0.1 & 0.2 & p & p & 0.1 \end{pmatrix}.$$

Odredite numeričku vrijednost parametra p te izračunajte matematičko očekivanje i varijancu slučajne varijable $Y = \min\{X, 4\}$.

ZADATAK 4:

Odredite numeričku vrijednost konstante k tako da funkcija

$$f_X(x) = \begin{cases} kxe^{x^2} & , \quad x \in [0, 1] \\ 0 & , \quad x \notin [0, 1] \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X te odredite vrijednost njezine funkcije distribucije u točki $x_0 = \frac{1}{2}$.

ZADATAK 5:

U kutiji se nalaze tri bijele i šest crnih kuglica. Na slučajan način, bez vraćanja, biramo jednu za drugom dvije kuglice. Neka je broj bijelih kuglica u prvom izvlačenju realizacija slučajne varijable X , a broj bijelih kuglica u drugom izvlačenju realizacija slučajne varijable Y . Odredite zakon razdiobe (distribuciju) slučajnog vektora (X, Y) te izračunajte očekivanje sl. vektora $E[(X, Y)]$ i koeficijent korelacije $\rho_{(X, Y)}$. Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne? Obrazložite zašto.