

Prvi kolokvij iz Vjerojatnosti i statistike

1. a) [2 bod.] Napišite aksiomatsku definiciju vjerojatnosti.
b) [1 bod.] Neka je $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ vjerojatnosni prostor. Precizno formulirajte svojstvo vjerojatnosti unije dvaju ne nužno disjunktih događaja $A, B \in \mathcal{F}$.
c) [2 bod.] Iskažite teorem koji govori o Bayesovoj formuli.
2. [10 bod.] Kutija sadrži 20 kuglica, svaka numerirana brojem od 1 do 20. Ako se iz kutije na slučajan način odjednom izvlače tri kuglice, kolika je vjerojatnost da je na sve tri kuglice broj manji od 5?
3. [10 bod.] Tri stroja rade istovremeno pri čemu prvi daje 50%, drugi 30%, a treći 20% ukupne proizvodnje. Postotak neispravnih proizvoda kod prvog stroja je 10%, kod drugog 20%, a kod trećeg 18%. Ako je slučajno odabrani proizvod neispravan, kolika je vjerojatnost da je proizveden na drugom stroju?
4. [10 bod.] Dva broja biraju se na sreću u intervalu $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da je njihov zbroj manji od $\frac{3}{2}$?
5. [15 bod.] Odredite vrijednost realnog broja k tako da funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana sa

$$f(x) = \begin{cases} k(2x^3 - x^2), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neke neprekidne slučajne varijable.

6. [10 bod.] Iz kutije u kojoj se nalazi 5 zdjela krušaka i 6 zdjela jabuka slučajno se izvlače 3 zdjele. Odredite tablicu i funkciju distribucije, matematičko očekivanje i varijancu slučajne varijable $X = \text{"broj izvučenih zdjela krušaka"}$.

Prvi kolokvij iz Vjerojatnosti i statistike

1. a) [2 bod.] Napišite definiciju σ -algebre na nepraznom skupu Ω .
b) [1 bod.] Neka je $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ vjerojatnosni prostor. Precizno formulirajte svojstvo monotonosti vjerojatnosti događaja $A, B \in \mathcal{F}$.
c) [2 bod.] Iskažite teorem koji govori o Formuli potpune vjerojatnosti.
2. [10 bod.] Iz šešira u kojemu se nalazi 20 drvenih kvadrata, svaki numeriran brojem od 1 do 20, na slučajan način odjednom se izvlače 3 kvadrata. Izračunajte vjerojatnost da je na svakom kvadratu broj veći od 16.
3. [10 bod.] Tri tvornice istovremeno proizvode kuglice, pri čemu prva daje 40%, druga 35%, a treća 25% ukupne proizvodnje kuglica. Postotak kuglica plave boje proizvedenih u prvoj tvornici je 20%, u drugoj 15%, a u trećoj 21%. Ako je slučajno odabrana kuglica plave boje, kolika je vjerojatnost da je proizvedena u prvoj tvornici?
4. [10 bod.] Iz intervala $[0, 2]$ na sreću se biraju dva broja. Kolika je vjerojatnost da je njihov zbroj manji od 3?
5. [15 bod.] Odredite vrijednost realnog broja k tako da funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana sa

$$f(x) = \begin{cases} k(5x^4 - 2x^3), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

bude funkcija gustoće neke neprekidne slučajne varijable.

6. [10 bod.] Kutija sadrži 5 zdjela oraha i 6 zdjela lješnjaka. Na slučajan način izvlače se 3 zdjele. Odredite tablicu i funkciju distribucije, matematičko očekivanje i varijancu slučajne varijable $X = \text{"broj izvučenih zdjela oraha"}$.