

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

1. **[15 bod]** Zadana je funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{5x}-e^{2x}}{x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$. Odredite A tako da funkcija f bude neprekidna u $x = 0$.
2. a) **[10 bod]** Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ u točki $x = 5$. b) **[5 bod]** Odredite udaljenost točke $T = (1, 1)$ do dobivene normale.
3. a) **[10 bod]** Odredite parametre a, b tako da funkcija zadana s

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 1 \\ a(x - 2)^2 + b, & x > 1 \end{cases}$$

bude derivabilna u $x = 1$. b) **[5 bod]** Za tako dobivene parametre skicirajte graf funkcije f .

4. Definirajte sljedeće funkcije

a) **[5 bod]** $f(x) = \arctg \frac{2\sqrt{x}}{x^2+3}$

b) **[10 bod]** $f(x) = x^{3x+2}$

c) **[5 bod]** $f(x) = \log_3 \left(\frac{(x-1)^2+4}{\cos(x^2)-1} \right)$.

5. **[5 bod]** Iskažite Rolleov teorem za funkciju $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
6. Zadana je funkcija $f(x) = x^2 e^{-2x}$. a) **[10 bod]** Odredite intervale monotonosti te lokalne ekstreme funkcije f . b) **[5 bod]** Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije f .
7. **[15 bod]** Od svih pravokutnih trokuta čija jedna kateta leži na pozitivnom dijelu osi x , druga kateta na pozitivnom dijelu osi y te hipotenuza sadrži točku $(2, 1)$ odredite vrhove onog trokuta koji ima najmanju površinu.

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

1. **[15 bod]** Zadana je funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-e^{7x}}{x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$. Odredite A tako da funkcija f bude neprekidna u $x = 0$.
2. a) **[10 bod]** Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{2x-1}{5x+2}$ u točki $x = 5$. b) **[5 bod]** Odredite udaljenost točke $T = (1, 1)$ do dobivene tangente.
3. a) **[10 bod]** Odredite parametre a, b tako da funkcija zadana s

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1, & x \leq 1 \\ a(x - 3)^2 + b, & x > 1 \end{cases}$$

bude derivabilna u $x = 1$. b) **[5 bod]** Za tako dobivene parametre skicirajte graf funkcije f .

4. Definirajte sljedeće funkcije

a) **[5 bod]** $f(x) = \arctg \frac{3\sqrt{x}}{x^3+2}$

b) **[10 bod]** $f(x) = x^{2x+3}$

c) **[5 bod]** $f(x) = \log_5 \left(\frac{(x-3)^2+4}{\cos(x^2)-1} \right)$.

5. **[5 bod]** Iskažite Cauchyjev teorem za funkciju $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
6. Zadana je funkcija $f(x) = x^2 e^{-3x}$. a) **[10 bod]** Odredite intervale monotonosti te lokalne ekstreme funkcije f . b) **[5 bod]** Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije f .
7. **[15 bod]** Od svih pravokutnih trokuta čija jedna kateta leži na pozitivnom dijelu osi x , druga kateta na pozitivnom dijelu osi y te hipotenuza sadrži točku $(1, 2)$ odredite vrhove onog trokuta koji ima najmanju površinu.