

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

1. Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

a)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$	b)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + x}{1 + \sqrt[3]{x}}$
c)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^2}$	d)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$
2. [5 bod] Odredite asimptote funkcije zadane s $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2}$.
3. [10 bod] Dodefinirajte funkciju $f(x) = \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}$ tako da bude neprekidna u točki $x = 0$.
4. Derivirajte sljedeće funkcije:

a)[5 bod] $f(x) = \frac{e^{2x} - e^{-3x}}{x}$	b)[5 bod] $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
c)[5 bod] $f(x) = (2 + 3 \ln x)^5$	d)[5 bod] $f(x) = x^{\cos x}$.
5. [5 bod] Odredite nepoznate parametre a, b tako da funkcija zadana s

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$$
 bude diferencijabilna u točki $x = 1$.
6. [5 bod] Odredite $y^{(n)}(0)$, gdje je $y(x) = \ln(2x + 3)$.
7. [5 bod] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 3^x}{2x}$.
8. [5 bod] Iskažite Rolleov teorem za funkciju $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
9. [5 bod] Odredite parametar α tako da pravac $y = x + \alpha$ bude tangenta krivulje $y = \frac{x}{x+4}$.
10. Za funkciju $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$ odredite:

a)[5 bod] intervale monotonosti	b)[5 bod] lokalne ekstreme
c)[5 bod] intervale konveksnosti i konkavnosti	d)[5 bod] točke infleksije.

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

- Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

a)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - \frac{1}{4}}$	b)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 + x}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x}}$
c)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$	d)[5 bod] $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$
- [5 bod] Odredite asimptote funkcije zadane s $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 4x + 1}{5x^2}$.
- [10 bod] Dodefinirajte funkciju $f(x) = \frac{(1+x)^{2014} - 1}{x}$ tako da bude neprekidna u točki $x = 0$.
- Derivirajte sljedeće funkcije:

a)[5 bod] $f(x) = \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{x}$	b)[5 bod] $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$
c)[5 bod] $f(x) = (5 + 2 \ln x)^6$	d)[5 bod] $f(x) = x^{\sin x}$.
- [5 bod] Odredite nepoznate parametre a, b tako da funkcija zadana s

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$$
 bude diferencijabilna u točki $x = 1$.
- [5 bod] Odredite $y^{(n)}(0)$, gdje je $y(x) = \ln(3x + 2)$.
- [5 bod] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 2^x}{x}$.
- [5 bod] Iskažite Cauchyjev teorem za funkciju $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.
- [5 bod] Odredite parametar α tako da pravac $y = x + \alpha$ bude tangenta krivulje $y = \frac{x}{x+9}$.
- Za funkciju $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$ odredite:

a)[5 bod] intervale monotonosti	b)[5 bod] lokalne ekstreme
c)[5 bod] intervale konveksnosti i konkavnosti	d)[5 bod] točke infleksije.