

Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

18. veljače 2013.

1. Ako je $a + b \geq 1$, dokažite da je $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$.
2. Zbroj prvih 11 članova geometrijskog niza čini 20 posto od zbroja 11 članova što slijede. Koliko je puta prvi član niza manji od jedanaestoga?
3. Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte limese:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$,
 - b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{\cos(x-1)}}{1 - \cos \sqrt{x-1}}$.
4. Odredite sve realne brojeve a za koje funkcija $f(x) = \frac{x^2 - 2}{3x + a}$ strogo monotonno raste na cijelom području svoje definicije.
5. Nađite sve vrijednosti realnog parametra a za koje se tangente položene na graf funkcije $f(x) = x^3 - a^2x$ u njenim nultočkama sijeku pod kutom $\frac{\pi}{4}$.