

Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

8. veljače 2012.

1. Niz realnih brojeva (x_n) zadan je svojim općim članom

$$x_n = \frac{\cos 1!}{1 \cdot 2} + \frac{\cos 2!}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{\cos n!}{n \cdot (n+1)}.$$

Je li niz (x_n) omeđen?

2. Dokažite da je u gometrijskom nizu, čiji su svi članovi cijeli brojevi, zbroj kvadrata neparnog broja njegovih uzastopnih članova djeljiv zbrojem istih tih članova.
3. Za funkciju $f(x) = \frac{\operatorname{tg}^3 x - 3\operatorname{tg} x}{\cos(x + \frac{\pi}{6})}$, bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} f(x)$.
4. Neka je $f(x) = \sqrt{\ln(3x^2 - 1) + \frac{x+3}{4-a}}$. Okarakterizirajte sve realne brojeve a tako da je $f'(1) \geq 0$.
5. Zadana je funkcija $f(x) = \operatorname{arctg}\left(6x^2 + \frac{1}{3}\right) - \frac{\pi}{4}$. Odredite površinu četverokuta čiji su vrhovi sjeciša tangenti i normala na graf funkcije f u nultočkama funkcije f .