

PISMENI ISPIT IZ INTEGRALNOG RAČUNA

1. Ako je $f(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1-t^2} \, dt$, $g(y) = \int_3^y f(x) \, dx$, izračunajte $f(\frac{\pi}{6})$ i $g''(\frac{\pi}{6})$.

2. Odredite

$$\int \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} \, dx.$$

3. Nađite duljinu onog dijela parabole $y^2 = x$ koji se nalazi iznad pravca $y = \frac{1}{3}(2x+1)$.

4. Neka je $f(x) = \frac{1}{x(1+\ln^2 x)}$.

(a) Ispitajte konvergenciju nepravih integrala $\int_0^{+\infty} f(x) \, dx$, $\int_1^{+\infty} f(x) \cos^2 x \, dx$.

(b) Provjerite može li se konvergencija redova $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, $\sum_{n=1}^{\infty} f(n) \cos n$ ispitati integralnim testom.

5. U ovisnosti o parametru $t \in \mathbb{Z}$ odredite radijus konvergencije reda potencija

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^t}{2^n} x^n,$$

a zatim izračunajte sume redova za sve t za koje je radijus konvergencije konačan.

Mirela Jukić Bokun