

PISMENI ISPIT IZ INTEGRALNOG RAČUNA

1. Odredite funkciju F ako je

$$\int_0^x t^2 F(t) \, dt = 3x^5 + 5x^3.$$

Za tako određenu funkciju F izračunajte

$$\int_0^1 F(\arcsin x) \, dx.$$

2. Neka je D lik omeđen krivuljama $x = |y|$, $x = 6 - y^2$. Odredite površinu lika D i volumen tijela koje nastaje rotacijom lika D oko pravca $y = -2$.
3. Odredite točku koja dijeli duljinu prvog svoda cikloide

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t, \quad t \in [0, 2\pi]$$

u omjeru 1 : 3.

4. Odredite, ako takav postoji, najmanji cjelobrojni parametar λ za koji integral

$$\int_{\lambda}^{\infty} \left(\frac{2x^4 + 32x^3 - 4x^2 - 16}{x^6 - 16x^2} \right) dx$$

konvergira.

5. Funkciju $f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ razvijte u red potencija oblika $\sum a_n x^n$. Za tako određene a_n provjerite konvergira li red

$$\sum \frac{(-3)^n}{(2n-3)!!} a_n$$

apsolutno ili uvjetno ili divergira.