ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *19. rujna 2013.*

PISMENI ISPIT IZ INTEGRALNOG RAČUNA

1. Odredite a, b sa svojstvom $a < b$ za koje integral

$$\int_a^b (1 + x - 2x^2)\,\mathrm{d}x$$

postiže maksimalnu vrijednost, a zatim izračunajte tako dobiveni integral koristeći Riemannove sume.
(Podsjetnik: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.)

2. Odredite sve primitivne funkcije funkcije $f(x) = \dfrac{2e^x - e^{\frac{x}{2}}}{e^{\frac{3x}{2}} + 1}$.

3. Nađite površinu plohe nastale rotacijom oko osi x jednog svoda cikloide zadanog s

$$\begin{aligned} x &= t - \sin t, \\ y &= 1 - \cos t, \quad t \in [0, 2\pi]. \end{aligned}$$

4. Izračunajte $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2 - x^2}{x^3\sqrt{x^2 - 1}}\,\mathrm{d}\,x$.

5. Neka je (b_n) niz pozitivnih brojeva sa svojstvom da je $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \dfrac{1}{6}$. Ispitajte jesu li redovi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\, b_n^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n^n b_1 b_2 \cdots b_n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n b_1 b_2 \cdots b_n}{n!}$$

apsolutno konvergentni te onima koji jesu odredite sumu za slučaj kada je niz (b_n) zadan s $b_n = \frac{1}{6}, \forall n \in \mathbb{N}$.

Mirela Jukić Bokun