

PRVI KOLOKVIJ IZ INTEGRALNOG RAČUNA

Grupa A

- (i) Izvedite izraz za gornji Riemannov integral funkcije $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom $f(x) = \frac{1}{x}$ i izračunajte ga koristeći Newton-Leibnizovu formulu.
(ii) Dokažite da funkcija $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

nije integrabilna.

(Uputa: Promatrajte ekvidistantne razdiobe.)

- Odredite $\int \frac{x^3 - 1}{(x - 1)^2(x^2 - 2x + 3)} dx$.
- Izračunajte $\int_1^{32} \frac{\sqrt{x} \arcsin \frac{\sqrt[5]{x}}{2}}{10 \sqrt[10]{x^{13}}} dx$.
- Odredite površinu lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 2$, $y = x^2$ i $y = 4$.
- Odredite volumen tijela nastalog rotacijom oko osi y onog dijela generalizirane astroide

$$x = 2 \cos^3 t, \quad y = 5 \sin^3 t, \quad t \in [0, 2\pi],$$

koji se nalazi u prvom kvadrantu.

Mirela Jukić Bokun

PRVI KOLOKVIJ IZ INTEGRALNOG RAČUNA

Grupa B

1. (i) Izvedite izraz za gornji Riemannov integral funkcije $f : [-2, -1] \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom $f(x) = -\frac{1}{x}$ i izračunajte ga koristeći Newton-Leibnizovu formulu.
(ii) Dokažite da funkcija $g : [-2, -1] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

nije integrabilna.

(Uputa: Promatrajte ekvidistantne razdiobe.)

2. Odredite $\int \frac{x^3 + 1}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 3)} dx$.
3. Izračunajte $\int_1^8 \frac{\sqrt{x} \arcsin \frac{\sqrt[3]{x}}{2}}{6\sqrt[6]{x^7}} dx$.
4. Odredite površinu lika omeđenog krivuljama $x^2 + y^2 = 4$, $y^2 = 3x$ i $x = 3$.
5. Odredite volumen tijela nastalog rotacijom oko osi y onog dijela generalizirane astroide

$$x = 3 \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t, \quad t \in [0, 2\pi],$$

koji se nalazi u prvom kvadrantu.

Mirela Jukić Bokun